

Zeitschrift für angewandte Physik einschließlich Nukleonik

UNTER BAND

SEPTEMBER 1957

HEFT 9

Der Schallimpuls eines Flüssigkeitsfunktens

Von EDUARDS BAILITIS

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 26. Juni 1957)

Einleitung

Werden in einem kurzen Zeitraum erhebliche Energiebeträge freigesetzt, die auf das umgebende Medium einwirken, wie es z.B. beim Abfeuern eines Geschützes, bei der Explosion einer Sprengladung oder bei der Entladung eines Kondensators über eine unkenstrecke der Fall ist, so werden in das Medium Schallwellen mit einer endlichen Dichte- und Druckänderungen ausgestrahlt. Man bezeichnet solche Schallwellen als Stoßwellen. Im Falle einer Kondensatorentladung wird statt der Stoßwelle oft die Bezeichnung Knallwelle gebraucht.

Hinsichtlich der Ausstrahlung besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen einer Sinusschallquelle und einer Stoßschallquelle. Eine Sinusschallquelle erzeugt im Rhythmus der Frequenz gleichgestaltete Über- und Unterdruckgebiete, die sich in das Medium ertpflanzen. Aus einer Stoßschallquelle werden dagegen mehrere Schallstöße in zeitlich hauptsächlich durch die Explosionsenergie bestimmten Abständen ausgestrahlt, wobei die Druckamplitude des Kompressionsgebietes um einige Zehnerpotenzen höher liegt als die des darauf folgenden Dilatationsgebietes.

Zur Untersuchung der Knallwelle eines elektrischen Funktens sind die Toeplersche Schlierenmethode [1] und in letzter Zeit die von W. SCHAAFFS vorgeschlagene röntgenographische Methode [2] mit gutem Erfolg angewandt worden. Mittels der Schlierenmethode kann man die Ausbreitungsgesetzmäßigkeit der Knallwelle experimentell ermitteln [3] bis [6]. Die Druckamplitude bleibt dagegen unbestimmt, weil die Änderung des Brechungsindex bei örtlich starken Dichte- und Druckänderungen nicht genau bekannt ist. Die röntgenographische Methode erlaubt die Dichte des Mediums in der Stoßfront zu messen, wenn die Knallwelle sich in einem ein- oder zweidimensionalen Raum ertpflanzt [7] bis [9].

In der vorliegenden Arbeit wird eine Meßmethode der Druckamplitude der Knallwelle eines Flüssigkeitsfunktens mittels einer piezoelektrischen Sonde beschrieben. Gegenüber dem röntgenographischen Verfahren kann man mit einer piezoelektrischen Sonde die Druckamplitude der Knallwelle in dreidimensionalem Raum messen. Ein weiterer Vorteil liegt darin, daß man sämtliche Schallimpulse, die von der Stoßschallquelle ausgestrahlt werden, erfaßt, was weder mit einem Schlieren- noch einem röntgenographischen Verfahren möglich ist.

Schallsonde zur Untersuchung der Knallwelle

Eine der ersten Versuchsanordnung zur Messung des dynamischen Druckes einer im Wasser zur Ex-

sion gebrachten Sprengladung ist von D.A. KEY gegeben worden [10].

Die piezoelektrische Sonde bestand aus mehreren etwa 1 cm dicken Quarz- oder Turmalin-Scheiben, die mittels einer Metallplatte gegen eine feste Wand leicht angedrückt wurden. Die einzelnen Piezokristallscheiben wurden paarweise gegeneinander so gelagert, daß sie mit gleichpoligen Flächen gegen eine in die Mitte gelegte Bleifolie ruhten, von der die elektrische Spannung den Meßplatten einer Braunschen Röhre zugeführt wurde.

Zur Untersuchungen der Druckamplitude eines dynamischen Vorganges benutzt man öfters die Keysche Anordnung. Eine kritische Betrachtung unter Berücksichtigung der Schall-Laufzeit und Begrenzung der Sonde ist noch nicht durchgeführt. Im folgenden werden die Eigenschaften einer Quarzsonde bei einer schallidentischen, schallharten und schallweichen Begrenzung untersucht und der Verlauf der elektrischen Spannung an Quarzbelegen in Abhängigkeit von dem als bekannt vorausgesetzten, einfachsten Druckprofil des Schallstoßes, wie z.B. Rechtecks, Dreiecks, Sinushalbwellen usw. rechnerisch ermittelt. Die Polarisierung eines Piezoquarzes bei einer elastischen Beanspruchung, wenn im Inneren derselben eine konstante elastische Spannung X_x oder Y_y entsteht, ist durch die Beziehung

$$P_x = d_{11} X_x \quad \text{bzw.} \quad P_x = -d_{11} Y_y \quad (1)$$

gegeben, worin d_{11} eine von den Abmessungen des Kristalles unabhängige konstante, das piezoelektrische Modul, bedeutet. Wirkt auf die Stirnflächen eines Quarzzyllinders, dessen Achse mit der elektrischen Achse des Kristalls übereinstimmt, ein statischer Druck, so entsteht im Inneren die elastische Spannung $X_x = \text{const}$ über das ganze Zylindervolumen. Auf den Stirnflächen normal zur elektrischen Achse werden die elektrischen Ladungen

$$Q = \pm d_{11} X_x \sigma_x$$

frei, wenn σ_x den Stirnflächeninhalt bezeichnet. Ist die Kapazität des Quarzes C_q und die schädliche Kapazität der Meßanordnung C_s , so ist die meßbare Spannung

$$U = \frac{d_{11} F_x}{C_s + C_q} \quad \text{wobei} \quad F_x = \sigma_x X_x \quad (2)$$

den Gesamtdruck bedeutet.

Wirkt auf einen Quarzstab, dessen drei Flächenpaare normal zu den kristallographischen Hauptachsen liegen, ein statischer Druck, so daß im Inneren

die elastische Spannung $Y_y = \text{const}$ entsteht, so findet man für die meßbare elektrische Spannung die Beziehung

$$U = \frac{d_1 \sigma_x F_y}{\sigma_y (C_q + C_s)} \quad [11], [12]. \quad (3)$$

Ist die innere elastische Spannung eines Quarzes über das ganze Volumen nicht konstant, sondern infolge eines dynamischen Vorganges zeitlich und örtlich verschieden, wie das z. B. beim Eindringen der Schallwelle der Fall ist, so ist die meßbare elektrische Spannung der mittleren elektrischen Spannung innerhalb der Sonde, wie das folglich gezeigt wird, proportional.

In einen Quarzzylinder ist eine ebene Schallwelle in Richtung der elektrischen Achse eingedrungen. Die momentane Verteilung der elastischen Spannung entlang der X-Achse ist im Zeitmoment t durch eine Funktion $X_x(x)$ gegeben (Abb. 1).

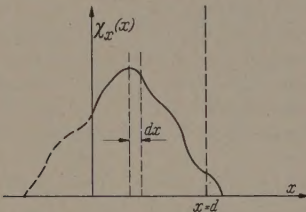


Abb. 1. Ein ebener elastischer Spannungsstoß durchdringt einen Quarzzylinder in X-Richtung. Die momentane Verteilung der elastischen Spannung längs der Achse ist durch die ausgezogene Linie schematisch dargestellt

Das elektrische Moment m_x einer dünnen Scheibe mit einer Dicke d_x des Zylinders, dessen große Flächen parallel der YZ-Ebene liegen, ist laut Beziehung (1)

$$m_x = \sigma_x d_{||} X_x(x) dx, \quad (4)$$

worin $P_x = d_{||} X_x(x)$ die Polarisierung des Volumenelementes bedeutet. Das Gesamtmoment M des Quarzzylinders mit einer Dicke von d ist gleich

$$M = \int_0^d \sigma_x d_{||} X_x(x) dx. \quad (5)$$

Das gleiche Gesamtmoment ergibt sich, wenn man statt einer ungleichmäßigen eine gleichmäßige Polarisierung des Zylinders

$$\bar{P} = \frac{\sigma_x d_{||}}{d} \int_0^d X_x(x) dx$$

einführt, d. h.

$$M = d_{||} \sigma_x \bar{X}_x \cdot d. \quad (6)$$

Die elektrischen Ladungen, die auf der Stirnfläche frei werden, sind der mittleren elastischen Spannung innerhalb des Quarzes proportional

$$Q = \pm d_1 \sigma_x \bar{X}_x.$$

Infolgedessen ist auch die gemessene elektrische Spannung der mittleren elastischen Spannung innerhalb der Sonde proportional

$$U = \frac{d_1 \sigma_x \bar{X}_x}{C_q + C_s}. \quad (7)$$

Bei einer reflektionsfreien Ankupplung ist die elektrische Spannung dem mittleren Oberflächendruck bezogen auf die Schall-Laufzeit der Sonde,

$$\bar{F}_x = \frac{v}{d} \int_t^{t+\frac{v}{d}} F_x(t) dt \quad \text{proportional,}$$

worin d — die Dicke und v — die Schallgeschwindigkeit der Sonde bedeuten.

Nach gleichlautender Überlegung findet man, daß bei Y_y Beanspruchung die gemessene elektrische Spannung

$$U = \frac{d_1 \sigma_x \bar{F}_y}{\sigma_y (C_q + C_s)}$$

ist, worin $\bar{F}_y = \frac{v}{L} \int_t^{t+\frac{L}{v}} F_y(t) dt$ und L die Länge des Stabes bedeuten.

Die an den Quarzbelegen gemessene Spannungsänderung ist demnach der mittleren elastischen Spannungsänderung innerhalb der Sonde bzw. der mittleren elastischen Oberflächendruckänderung bezogen auf die Schall-Laufzeit der Sonde, proportional. In drei Sonderfällen ist die Spannung an Quarzbelegen laut Gl. (7) einfach zu ermitteln. Die eine Stirnfläche des Quarzes wird an einem dem Quarz akustisch identischen Medium reflektionsfrei angekuppelt. Die zweite Fläche wird:

- Mit einem akustisch identischen Halbraum,
- durch eine 100% schallweiche und
- durch eine 100% schallharte Wand begrenzt.

Eine ebene elastische Sinuswelle

$$X_x = X_{x\text{max}} \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x), \quad (8)$$

die den Quarz durchflutet oder schallweich bzw. schallhart reflektiert wird, erzeugt eine meßbare elektrische Spannung im Falle

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad U &= \frac{d_1 \sigma_x X_{x\text{max}}}{C_q + C_s} \cdot \frac{\sin m\pi}{m\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(vt - \frac{m\lambda}{2} \right), \\ \text{(b)} \quad U &= 2 \frac{d_1 \sigma_x X_{x\text{max}}}{C_q + C_s} \cdot \frac{\sin^2 m\pi}{m\pi} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - m\lambda), \\ \text{(c)} \quad U &= 2 \frac{d_1 \sigma_x X_{x\text{max}}}{C_q + C_s} \cdot \frac{\sin m\pi \cdot \cos m\pi}{m\pi} \times \\ &\quad \times \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - m\lambda), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

worin λ die Schallwellenlänge innerhalb des Quarzes und $m\lambda$ die Dicke der Sonde bedeuten.

Die Schallfrequenz wird in sämtlichen Fällen naturgetreu wiedergegeben. Der Frequenzgang der Sonde kommt deutlich zum Ausdruck. Ein Quarz von einer bestimmten Dicke gibt keine meßbare Spannung an, falls die Frequenz eine kritische Größe erreicht, was aus allgemeinen Erfahrungen bekannt ist. Eine schallweich begrenzt gebaute Sonde gibt keine meßbare elektrische Spannung, falls die Schallwellenlänge $\lambda \rightarrow \infty$ wird. Dagegen kann eine schallidentisch oder schallhart begrenzt gebaute Sonde bei tieferen Frequenzen durchaus zu Messungen angewandt werden.

Der unterschiedliche Frequenzgang bei verschieden begrenzt gebauten Sonden kommt deutlich zum Vorschein. Die Sondendicke ist in beiden Fällen gleich $\frac{1}{8}$ der Fußbreite der Stoßwelle.

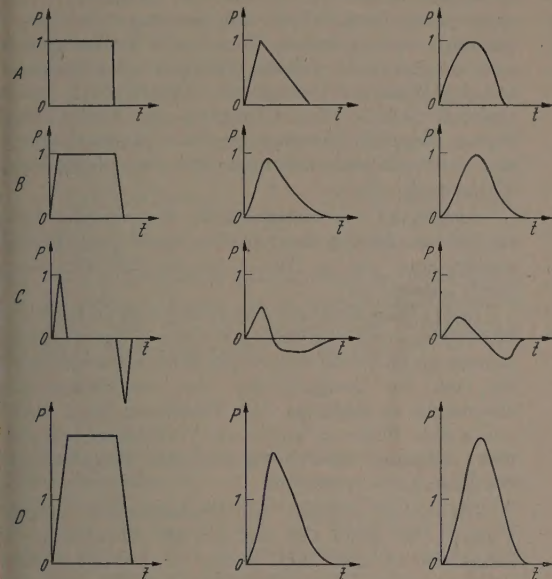


Abb. 2. Ein ebener Rechtecks-, Dreiecks- und Sinushalbwellenstoß durch eine fehlerfreie Empfangs- (A) im Vergleich zu einer schallidentischen (B), schallweich (C) und schallhart (D) begrenzt gebauten Quarzsonde, deren Schall-Lautzeit $\frac{1}{8}$ der Fußbreite des Impulses beträgt

schein bei Untersuchungen des Druckprofils einer Stoßwelle. Die Stoßwellen haben keinen Schwingungscharakter und besitzen demzufolge auch keine feste Frequenz. Die Druckamplituden des Über- und Unterdruckgebietes unterscheiden sich um mehrere Zehnerpotenzen.

Das dem Überdruckgebiet folgende Unterdruckgebiet hat eine so kleine Druckamplitude, daß man sie außer Betracht lassen dürfte. Um die Wiedergabeeigenschaften verschieden begrenzt gebauten Empfangssonden zu demonstrieren, sind in Abb. 2 die rechnerisch ermittelten Ergebnisse einer schall identisch, schallweich und schallhart begrenzten Sonde wiedergegeben. Man erkennt deutlich den charakteristischen Unterschied einer schallweich begrenzten Sonde gegenüber einer schallidentischen oder schallharten. Die zur Rechnung benutzten Rechtecks-, asymmetrische Dreiecks- und Sinushalbwellen-Profil haben ein breites Fourier-Spektrum, das mit der Frequenz Null anfängt. Da eine schallweich begrenzte Sonde die tieferen Frequenzen nicht registriert, wird ein Impulsprofil angezeigt, dessen Auswertung nach FOURIER die Frequenz Null fehlt. Einem alleinigen Kompressionsgebiet wird ein nicht existierendes Dilationsgebiet zugeschrieben. Man gewinnt ein vollkommen verkehrtes Bild über die Druckverteilung einer Stoßwelle, wenn zu Messungen eine schallweich begrenzte Sonde verwendet wird. In Abb. 3 ist noch ein weiteres Beispiel angeführt, um zu demonstrieren, wie das Profil durch eine unweckmäßig begrenzte Sonde verzerrt wird. Die Sonde des Beispiels ist an einer Seite 50 % schallweich, an der anderen Seite 100 % schallweich oder schallhart be-

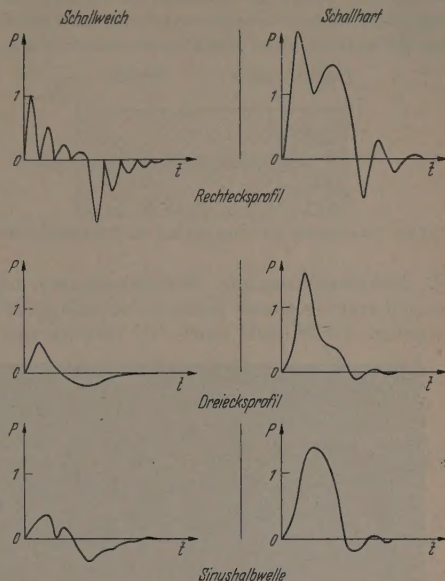


Abb. 3. Das Profil eines Rechtecks-, Dreiecks- und Sinushalbwellenstoßes (Abb. 2a), abgebildet durch eine Quarzsonde, die von einer Seite 50 % schallweich, von der anderen Seite 100 % schallweich oder schallhart begrenzt ist. Die Sondendicke ist in allen Fällen gleich $\frac{1}{8}$ der Fußbreite der Stoßwelle

Versuchsanordnung

Abb. 4 zeigt die zur Untersuchung benutzte Versuchsanordnung. Der Kondensator zur Erzeugung der Stoßwelle in Flüssigkeit wird über einen Ladewider-

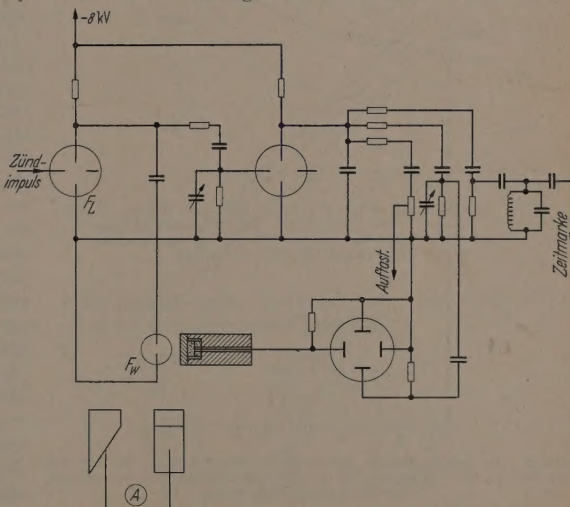


Abb. 4. Versuchsanordnung zur Untersuchung des Schallimpulses eines Flüssigkeitsfunktens. Die Flüssigkeitsfunktensonde ist nebenbei (A) schematisch dargestellt

stand bis zur Betriebsspannung (etwa 8 kV) aufgeladen. Die Entladung des Kondensators erfolgt über eine Luftfunkenstrecke F_L , die mittels einer Hilfsfunkenstrecke in vorher bestimmter Folge gezündet wird, und über die in Reihe geschaltete Flüssigkeitsfunkenstrecke F_w . Bei entsprechend eingestellten

Flüssigkeitselektroden erfolgt in der Flüssigkeit ein detonationsähnlicher Vorgang. Der von der ausgestrahlten Stoßwelle verursachte elektrische Spannungstoß an einer Piezoquarzsonde wird unmittelbar den Meßplatten einer Kathodenstrahlröhre zugeführt.

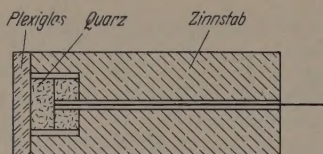


Abb. 5. Quarzsonde zur Untersuchung der Flüssigkeitsfunkenwelle

Die Zeitablenkspannung, Auftastspannung und Zeitmarken wurden einem weiteren Entladungskreis entnommen, der mittels eines RC-Verzögerungsgliedes

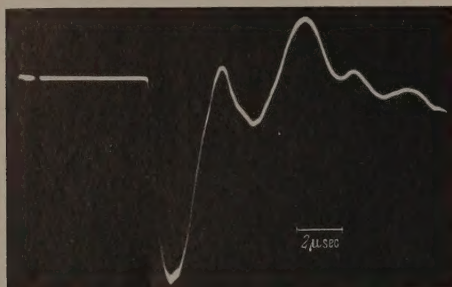


Abb. 6. Oszillogramm der Funkschallwelle in Flüssigkeit aufgenommen mit einer in Abb. 5 dargestellten Sonde, die von einer Seite annähernd schallidentisch begrenzt ist

von dem Hauptentladungskreis gezündet wurde. Die Synchronisierung war ausreichend, um den Schallvorgang als feststehendes Bild auf dem Schirm der

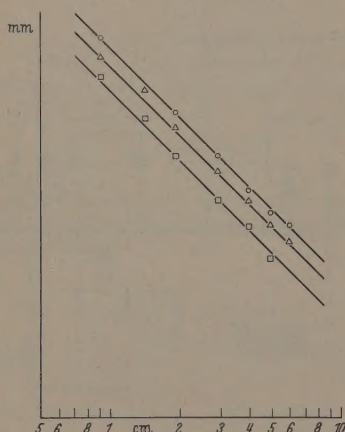


Abb. 7. Die Druckamplitude der Stoßwelle nimmt wie $1/r$ ab. Auf der Abszisse ist die Entfernung in cm, auf der Ordinate der beobachtete Ausschlag in mm aufgetragen

Röhre gut zu beobachten. Durch Variation der Zündzeiten zwischen Haupt- und Zeitablenkkladungskreisen konnte man stets erreichen, daß das Bild auf dem Schirm, am günstigsten Beobachtungsort, bei unterschiedlichen Entfernungen zwischen Stoßschallquelle und Empfangssonde erschien.

Die zu Untersuchungen angewandte Flüssigkeitsfunkenstrecke ist in Abb. 4 schematisch angedeutet.

Um den Ausbildungs- und Ausbreitungshalbraum der Stoßwelle eines Flüssigkeitsfunken von festen Gegenständen freizuhalten, wurde die eine Elektrode als eine ebene Wand ausgebildet. Die Gegenelektrode wurde räumlich klein gehalten (Nadel oder Laubsägeblatt) und so angebracht, daß der Funke von der Spitze aus auf die Wand hinüberspringt. Damit wurde weiter erreicht, daß der Ausbildungsort der Funkschallwellen räumlich festgelegt war und kaum Laufzeit- und Intensitätsschwankungen bei einer festgelegten Entfernung aufwies.

Ausgehend von durchgeführter Betrachtung wurde zu Untersuchungen des Schallimpulses eines Flüssigkeitsfunken die in Abb. 5 dargestellte Empfangs-sonde gebaut.

Zwei 1 MHz-Quarzscheiben mit einem Durchmesser von 20 mm werden mittels einer 5 mm dicken Plexiglasscheibe an einem 40 mm langen Zinnstab angedrückt, der, um die Quarzscheiben von elektrischen Einstrahlungen zu schützen, eine Vertiefung trug. Durch eine axiale Bohrung wurde die Verbindung zwischen dem mittleren Quarzbeleg und der Meßplatte des Oszillographen hergestellt.

Die Schall-Laufzeit der Quarzscheiben beträgt $1 \mu\text{sec}$. Das Echo von der zweiten Stirnfläche des Zinnstabes ist etwa nach $30 \mu\text{sec}$ zu erwarten. Durch die Polung der beiden Quarzscheiben kann man den Frequenzgang der Sonde grundlegend beeinflussen. Lagert man die beiden Quarze in der Sonde so, daß gleichpolige Flächen die mittlere Elektrode bilden, so hat sie weitgehend die Eigenschaften einer schallidentisch begrenzten Sonde. Werden aber die gegenpoligen Flächen zusammengefaßt, so ist sie nur im stände, Schallwellen innerhalb eines engen Frequenzbereiches anzuzeigen. Die eben beschriebene Empfangs-sonde würde nach zuletzt erwähnter Polung der Quarzscheiben bei Schallwellen in Frequenzbereich um 1 MHz brauchbare Anzeige liefern. Die Schallwellen tieferer Frequenzen werden von der Sonde nicht angezeigt. Sie hat bei ungleichnamiger Polung der Quarzscheiben Eigenschaften, die weitgehend mit einer schallweich begrenzten Sonde übereinstimmen.

Versuchsergebnisse

Das Oszillogramm der Schallwelle eines Flüssigkeitsfunken, aufgenommen mit einer schallidentisch begrenzt gebauten Sonde, ist in Abb. 6 wiedergegeben. Man erkennt deutlich eine sauber gezeichnete Kopfpattie, der verhältnismäßig kleine Störungen folgen. Die Untersuchungen ergaben, daß die Störungen hinter der Kopfpattie von den Ausmaßen des Rückwandmaterials abhängig sind. Sie werden hauptsächlich von der Reflexion der Schallwellen innerhalb der Rückwand hervorgerufen. Bei einer unveränderten Entfernung und konstanter Entladungsenergie streut die Druckamplitude des Impulses um einen gewissen Mittelwert. Durch Beobachtung einer größeren Funkenzahl konnte der mittlere Wert der Druckamplitude verhältnismäßig gut bestimmt werden. Bei unveränderten Entladungsbedingungen und unterschiedlichen Entfernungen wurde gefunden, daß die Druckamplitude p sich nach $1/r$ verminderte, wie das bei Kugelwellen zu erwarten ist (Abb. 7). Das Quadrat der Druckamplitude nimmt linear mit der Entladungsenergie $\frac{1}{2} CU^2$ zu. Die Energie der Knallwelle einer

Flüssigkeitsfunken steigt linear mit der Entladungsenergie an. Bei einer veränderlichen Selbstinduktion wurde gefunden, daß die ausgestrahlte akustische Energie mit einer zunehmenden Selbstinduktion abnimmt wie $1/L$ (Abb. 8). Ein zusätzlicher Ohmscher Widerstand im Entladungskreis vermindert die akustische Energie gemäß der in Abb. 9 wiedergegebenen Kurve. Der Ohmsche Widerstand R_a im Entladungskreis bewirkt eine Aufspaltung der Joulschen Wärme W auf Widerstand der Flüssigkeitsfunkenstrecke R_f und R_a , so daß der Betrag $\frac{R_f}{R_a + R_f}$ auf den Entladungsraum und $\frac{R_a}{R_a + R_f}$ auf den Außenwiderstand R_a entfällt. Die ausgestrahlte Schallenergie ist proportional der Joulschen Wärme, die in dem Entladungsraum freigesetzt wird, d.h. die ausgestrahlte Schallenergie bei einem Außenwiderstand R_a ist gleich

$$E_{R_a} = E_{R_0} \cdot \frac{R_f}{R_a + R_f},$$

worin E_{R_0} die ausgestrahlte Schallenergie bei einem Außenwiderstand $R_a = 0$ bedeutet. Ist $R_a = R_f$, so ist die Energie der Knallwelle auf die Hälfte gesunken.

Dies ist der Fall bei $R_a = 5\Omega$. Setzt man $R_f = 5\Omega$, so erkennt man, daß die berechneten Punkte gut mit den Meßergebnissen übereinstimmen.

In einer früheren Arbeit von FR. FRÜNGEL [13] wurde festgestellt, daß der wirksame Widerstand eines Flüssigkeitsfunken im Wasser etwa $2,5\Omega$ beträgt, was gut mit dem hier gefundenen Wert übereinstimmt. Der wirksame Widerstand eines Flüssigkeitsfunken ist keine reine Stoffkonstante, sondern eine auch vom geometrischen Aufbau der Funkenstrecke abhängige Größe. Auch bei ein und derselben Anordnung ist der wirksame Widerstand einer gewissen Streuung unterworfen, so daß die ausgestrahlte Schallenergie stets um einen Mittelwert schwankt.

Theoretischen Betrachtungen von W. WEITZEL [14] ist zu entnehmen, daß die Übertragung der in dem Kondensator aufgespeicherten elektrischen Energie auf den Entladungskanal in der ersten Drittelperiode stattfindet. Im ersten Drittel der Entladungsperiode steigt die vom Entladungsraum aufgenommene Energie bis zu einer Knickstelle an, der Endwert wird jedoch erst langsam erreicht. Vergleicht man die Energiewerte an der Knickstelle mit dem ersten Strommaximum, so erkennt man eine gewisse Proportionalität. Nimmt man an, daß die ausgestrahlte akustische Energie proportional dem Quadrat des Stromes in der ersten Viertelperiode der Entladung $I^2 = \frac{U^2 C}{L}$ ist, so wäre die experimentell ermittelte Gesetzmäßigkeit zu erwarten.

Aus dem Oszillogramm der Abb. 6 kann man weitere Einzelheiten über das Profil der Knallwelle eines Flüssigkeitsfunken entnehmen. Ermittelt man schrittweise die Druckamplitude eines Rechteckdruckprofils, das eine dem Ausschlag entsprechende Spannung laut Beziehung (7) hervorruft, so entsteht ein treppentartiges Gebilde. Dieses aus Rechteckprofilen zusammengesetzte Bild kann durch eine glatte Kurve ersetzt werden, die in erster Näherung den dynamischen Druckverlauf der Knallwelle darstellt. Das Ergebnis ist in Abb. 10 wiedergegeben. Der zur Auswertung benutzte Teil des Oszillogramms ist

daneben abgezeichnet. Der einer Sinusschwingung ähnliche Ausschwingungsvorgang, der dem ersten

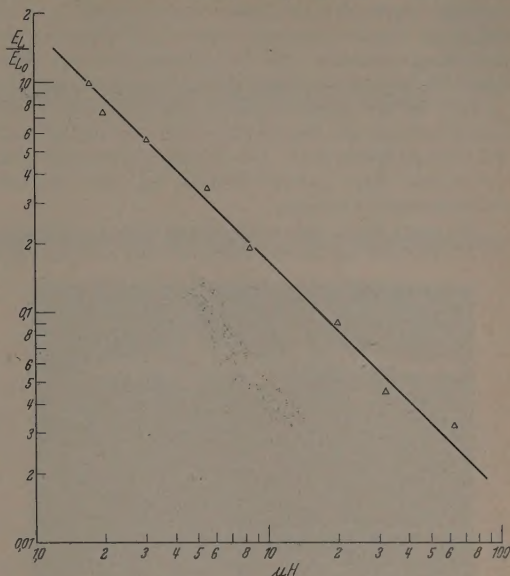


Abb. 8. Das Quadrat der Druckamplitude nimmt mit einer zunehmenden Selbstinduktion wie $1/L$ ab. Als Einheit ist die Druckamplitude bei $1,55\text{ H}$ gewählt

Ausschlag folgt, wurde zur Auswertung nicht benutzt, weil es nicht bekannt ist, ob er dem Schallimpuls des

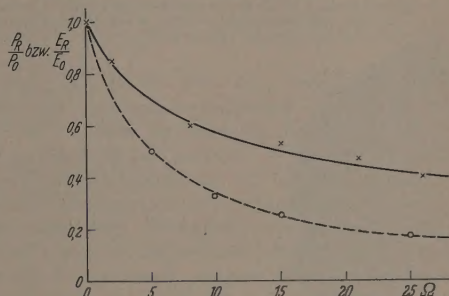


Abb. 9. Beeinflussung der Knallwelle durch den Ohmschen Widerstand des Entladungskreises. Die ausgezogene Linie stellt die Abnahme des dynamischen Druckes mit wachsenden Außenwiderstand dar, die gestrichelte Linie die Abnahme der Energie

Flüssigkeitsfunken zugehört oder von einer Rückwirkung des Zinnstabes herrührt.

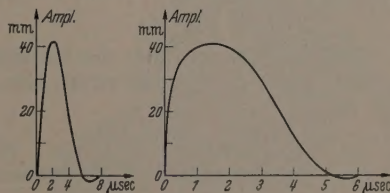


Abb. 10. Das "Profil der Stoßwelle eines Flüssigkeitsfunken. Der zur Auswertung benutzte Teil des Oszillogramms ist links eingezeichnet

Der Schallimpuls zeichnet sich durch eine besonders steile Frontflanke aus. Der Druckanstieg bis zu Dreiviertel seines Maximalwertes erfolgt etwa nach $0,2$ bis $0,4\mu\text{sec}$, d.h. auf eine Strecke im Wasser von etwa $0,03$ bis $0,04\text{ cm}$. Dieser Befund steht in recht gute

Übereinstimmung mit Ergebnissen von W. SCHAAFFS und F. TRENDLENBURG. Die Fußbreite des Schallimpulses ergibt sich zu $5 \mu\text{sec}$. Man konnte die Fußbreite der Funkenknallwelle durch eine Variation der Entladungskapazität, der Selbstinduktion oder Ohmschen Widerstandes nicht merklich beeinflussen.

Dem ersten Schallimpuls folgt noch eine zweite Kompressionswelle, die ebenfalls von dem Entladungskanal ausgestrahlt wird. Die Zeitdistanz zwischen dem ersten und dem zweiten Impuls ist von der Entladungsenergie abhängig.

Bei einer Entladungsenergie von etwa $0,3 \text{ Wsec}$ ist die Zeitdistanz annähernd $250 \mu\text{sec}$, bei 8 Wsec schon

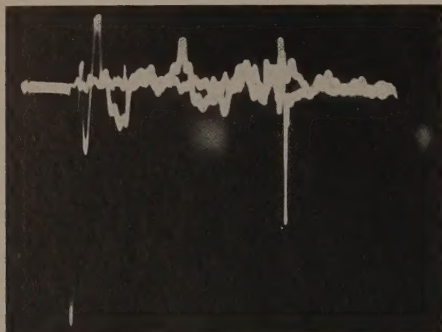


Abb. 11. Nach der Entladung eines Kondensators über eine Flüssigkeitsfunkenstrecke werden zwei Kompressionswellen von der Durchschlagstelle angestrahlt. Die erste Kompressionswelle wird unmittelbar nach dem erfolgten Durchschlag initiiert, die zweite dagegen erheblich später. Der zeitliche Abstand wird von der Entladungsenergie sowie auch von dem wirksamen Funkenwiderstand bestimmt. Die erste Kompressionswelle (links) ist auf dem Hinlauf, die zweite (rechts) auf dem Rücklauf des Strahls zu sehen. Der wilde Schwingungszug zwischen beiden Ausschlägen rührt hauptsächlich von der Reflexion des Schallimpulses innerhalb der Sonde her

etwa $1,5$ bis 2 msec . In Abb. 11 ist das Gesamtoszillogramm des Schallimpulses gegeben. Die zweite Stoßwelle ist auf dem Rücklauf zu sehen.

Einer Arbeit von H. DRUBBA und H. H. RUST [15] ist zu entnehmen, daß der Schallimpuls eines Flüssigkeitsfunken einen wilden Schwingungszug darstellt, der einige m Sekunden andauert. Daß man statt mehrerer, gut definierter Stoßwellen, die mit zeitlichen Abstand ausgestrahlt werden, einen wilden Schwingungszug fand, scheint in der Versuchsanordnung begründet zu sein. Die verwendete Flüssigkeitsfunkenstrecke hat breitflächige Elektroden. Die Durchbruchstellen liegen nicht am Rande, sondern in der Mitte der Elektroden. Der Schallimpuls des Flüssigkeitsfunken hat dadurch keinen freien Ausbreitungs-

raum. Durch die Druckwelle werden die Elektroden erschüttert. Der beobachtete Schallzug scheint daher durch die erfolgte Erschütterung der Flüssigkeitsfunkenstrecke hervorgerufen zu sein.

Zusammenfassung

Mit Hilfe eines piezoelektrischen Empfängers werden die Schallwellen, die durch Funkenüberschlag im Wasser erzeugt werden, untersucht. Die Eigenschaften der Empfangssonde werden diskutiert. Es konnte gezeigt werden, daß die von der Schallwelle ausgelöste elektrische Spannung am Piezokristall der mittleren elastischen Spannung innerhalb der Sonde proportional ist. Man fand, daß der Druckanstieg an der Front der Stoßwelle bis zu Dreiviertel ihres Maximalwertes in etwa $0,2$ bis $0,3 \mu\text{sec}$ erfolgt. Die Fußbreite des Schallimpulses ist von der Dimensionierung des Entladungskreises weitgehend unabhängig. Die ausgestrahlte Schallenergie ist in weitem Bereich der Entladungsenergie proportional. Mit einer zunehmenden Selbstinduktion L und wachsendem Ohmschen Widerstand R_a nimmt sie wie $1/L$ bzw. $R_f/(R_a + R_f)$ ab. Von der Durchschlagstelle im Wasser werden zwei Kompressionswellen ausgestrahlt. Die Zeitdistanz zwischen den ausgestrahlten Druckwellen ist von der Entladungsenergie abhängig.

Die Arbeit wurde im Physikalisch-Technischen Laboratorium Dr. Früngel G.m.b.H., Hamburg-Rissen, durchgeführt. Herrn Professor Dr. H. RAETHER und Dr. F. FRÜNGEL möchte ich an dieser Stelle für die Anregung und Diskussionen, die während der Arbeit geführt wurden, meinen besten Dank aussprechen.

Literatur: [1] TOEPLER, M.: Ann. d. Phys. **27**, 1043 (1908). — [2] SCHAAFFS, W., u. F. TRENDLENBURG: Z. Naturforsch. **3a**, 656 (1948). — [3] CRANZ, C., u. H. SCHARDIN: Z. Physik **56**, 147 (1929). — [4] SCHMIDT, O.: Z. techn. Phys. **19**, 554 (1938). — [5] SCHMIDT, O.: Phys. Z. **39**, 868 (1938). — [6] SCHAAFFS, W.: Ergebn. exakt. Naturw. **25**, 109 (1951). — [7] SCHAAFFS, W.: Z. Naturforsch. **4a**, 463 (1949). — [8] SCHALL, R., u. G. THOMER: Z. angew. Phys. **3**, 41 (1951). — [9] SCHALL, R.: Z. angew. Phys. **2**, 83 (1950). — [10] KEYS, D. A.: Phil. Mag. **42**, 473 (1921). — [11] CURIE, J., et P. CURIE: Bull. Soc. min. France **3**, 90 (1880). — [12] SCHEIBE, A.: Piezoelektrizität des Quarzes. Dresden u. Leipzig: Theodor Steinkopf 1938. — [13] FRÜNGEL, F.: Optik **3**, 124 (1948). — [14] WEIZEL, W.: Z. Physik **135**, 639 (1953). — [15] DRUBBA, H., u. H. H. RUST: Arch. elektr. Übertragung **7**, 429 (1953).

Dr. EDUARDS BAILITIS,
Hamburg 19, Eichenstraße 66/IV

Untersuchungen über die Gültigkeit des Beerschen Gesetzes bei der Absorption von extrem ultravioletttem Licht in O_2 und N_2 *

Von HORST GREINER

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Mai 1957)

1. Einleitung

a) Das Absorptionsgesetz

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \quad (1)$$

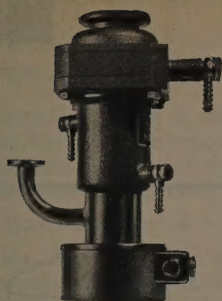
(I_0 einfallende Intensität, I restliche Intensität nach Durchlaufen der Wegstrecke x , α dichteabhängiger

Absorptionskoeffizient) läßt sich für die Absorption in Gasen mit der Beerschen Annahme $\alpha \sim \rho$ (ρ Dichte) schreiben:

$$I = I_0 \cdot e^{-k \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot x}, \quad (2)$$

wo p der Druck in Torr, T die Temperatur in $^\circ\text{K}$, $p_0 = 760 \text{ Torr}$, $T_0 = 273,2^\circ \text{K}$ und x der durchlaufene

* Teil der Dissertation. Freie Universität Berlin 1956.



Dieser „Zwerg“ schafft 35 l/sek!

Man traut es der neuen Öl-Diffusionspumpe DO-30 nicht zu, daß sie mit Ölfänger 20 l, ohne Ölfänger sogar 35 l/sec absaugt – schließlich ist sie ja über alles nur 215 mm hoch!

Dabei erreicht sie einen Endtotaldruck von $1 \cdot 10^{-4}$ Torr.

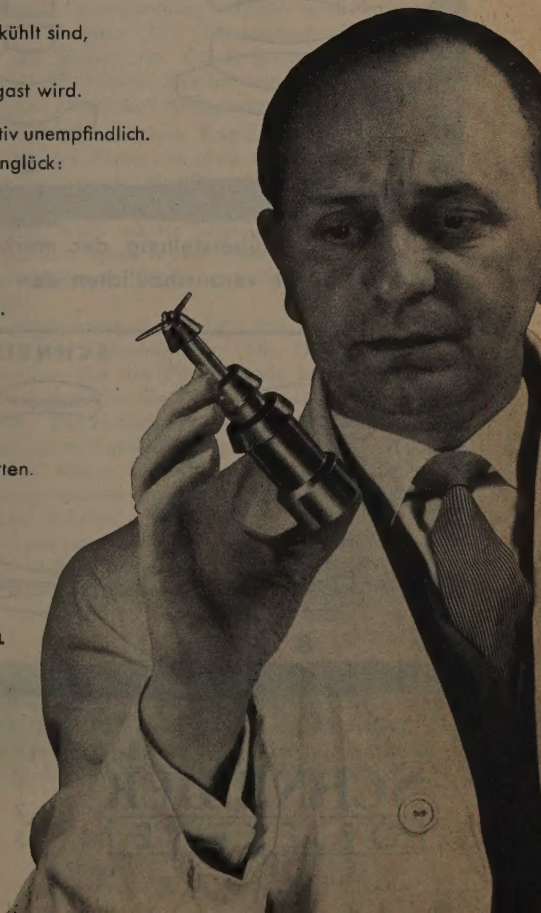
Ein sehr sauberes Hochvakuum übrigens, denn die Menge des zurückströmenden Öldampfes ist ohne Ölfänger schon kleiner als $0,05 \text{ mg/cm}^2 \cdot \text{min}$, mit Ölfänger wird sie noch auf das 10^{-4} fache verringert und ist dann mit den zur Zeit bekannten Methoden nicht mehr meßbar.

Die neue Öl-Diffusionspumpe gehört zur LEYBOLD-Serie „DO“ so ist es selbstverständlich, daß sie aus Edelstahl gefertigt ist, daß sowohl Ölfänger als auch Pumpe wassergekühlt sind, daß das Öl fraktioniert und durch sorgfältige Temperaturverteilung entgast wird.

Die DO-30 ist gegen oftmalige Luftleinbrüche relativ unempfindlich. Wenn es zu oft passiert, ist es aber auch kein Unglück: sie ist nämlich spielend leicht zu reinigen; ganz abgesehen davon, daß die Heizleistung sowieso sehr niedrig ist, so daß sich Bedienungsfehler längst nicht so wie bei Pumpen höherer Heizleistung auswirken.

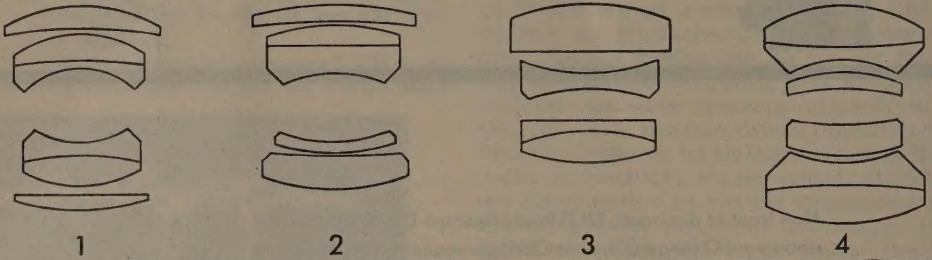
Sie sehen die DO-30 bietet eine ganze Reihe Vorteile – wollen Sie mehr darüber hören? Dann schreiben Sie uns doch: wir freuen uns darauf, Ihre Fragen zu beantworten.

LEYBOLD KÖLN-BAYENTAL



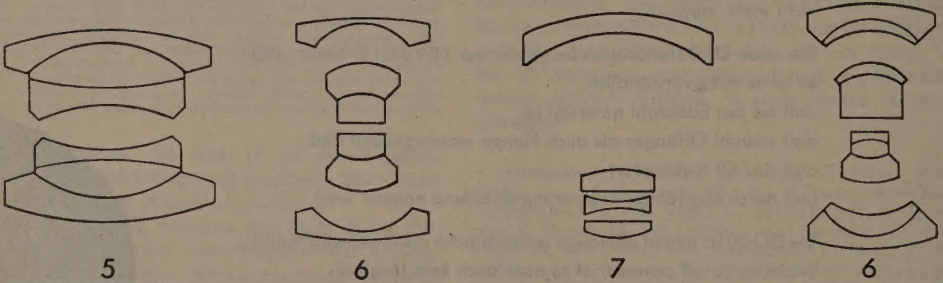
Vorbild optischer Präzision...

SCHNEIDER-Normal-Objektive



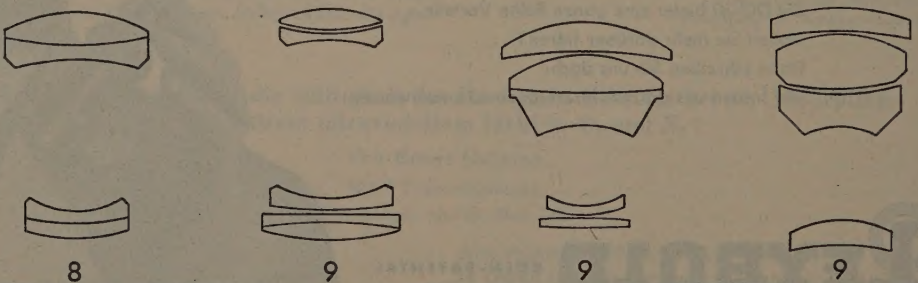
Photographen und Amateure, die sich für den Aufbau der SCHNEIDER-Normal-, Weitwinkel- und Tele-Objektive interessieren, finden hier eine

SCHNEIDER-Weitwinkel-Objektive



Gegenüberstellung der markantesten SCHNEIDER-Systeme. Die Schnittbilder veranschaulichen den Aufwand zur Erfüllung höchster Ansprüche

SCHNEIDER-Tele-Objektive



SCHNEIDER
OBJEKTIVE

1 XENON
2 XENOTAR
3 XENAR

4 SYMMAR
5 ANGULON
6 SUPER-ANGULON

7 RADIOGON
8 TELE-XENAR
9 TELE-ARTON

weg in cm sind. k in cm^{-1} ist dann der auf Normalbedingungen reduzierte Absorptionskoeffizient des Gases.

Zur Berechnung von k und Prüfung von (2) in Bezug auf die Druckabhängigkeit bei $T = \text{const}$ und $p = \text{const}$ stellt man $\ln I_0/I$ als Funktion von p graphisch dar. Bei Gültigkeit von (2) ergibt sich eine Gerade, deren Steigung $B = k \cdot \frac{1}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot x$ ist. Bei einem Gas, das durch die Absorption des Lichtes eine chemische Veränderung erfährt, kann die Gültigkeit des Beerschen Gesetzes gestört werden. So dissoziiert z. B. O_2 in $\text{O}(^3\text{P}) + \text{O}(^1\text{D})$ bei Absorption im Gebiet 1350 bis 1760 Å (Schumann-Runge-Kontinuum). Es ist dann eine Frage der eingestrahlten Intensität und des Druckes, wie weit (1) und (2) noch erfüllt sind, da insbesondere z. B. die Rekombinationsgeschwindigkeit druckabhängig ist. Eine Druckabhängigkeit von k muß ferner auftreten, wenn durch mangelndes Auflösungsvermögen mehrere Linien mit verschiedenen Absorptionskoeffizienten bei der Messung nicht getrennt werden können.

In verschiedenen Arbeiten sind Meßwerte für die Prüfung des Beerschen Gesetzes angegeben [1] bis [4]. Über Abweichungen wird berichtet in [4] bis [7].

Die in [1] gegebenen graphischen Darstellungen in $I_0/I = f(p \cdot x)$ für 1607 und 1435 Å können nicht zur Bestätigung des Beerschen Gesetzes herangezogen werden. Die 34 Meßwerte für 1607 Å (gemessen bei einer Weglänge x von 0,043 cm und Drucken von 3 bis 200 Torr) streuen so stark, daß die Annäherung durch eine Gerade willkürlich erscheint. Für 1435 Å sind 4 Meßpunkte mit $x = 205$ cm und Drucken von 3 bis $12 \cdot 10^{-3}$ Torr sowie 5 Meßpunkte mit $x = 0,043$ cm und Drucken von 5 bis 200 Torr eingetragen. Diese Punkte liegen recht gut auf einer Geraden durch den Nullpunkt. In beiden graphischen Darstellungen ist über die Skala für $\ln I_0/I$ nicht linear geteilt, so daß das ganze Ergebnis unverständlich wird.

In [2] ist bei 1215,7 Å $\ln I_0/I$ als Funktion von p (1 bis 16 Torr) graphisch dargestellt. Die Meßpunkte streuen auch hier so stark, daß die Hindurchlegung einer Geraden nicht gerechtfertigt erscheint.

Eine befriedigende graphische Darstellung für O_2 , N_2 , Luft ist lediglich in [3] im Gebiet der weichen Röntgenstrahlen bei 44,5 Å und Drucken von 3 bis 20 Torr gegeben.

Es wurde in der vorliegenden Arbeit abgeschätzt, ob eine Druckabhängigkeit von k im Schumann-Runge-Kontinuum von O_2 dadurch zu erwarten sei, daß der erste Lichtblitz der Entladung (vgl. 2. Experimentelle Anordnung) zu einer teilweisen Dissoziation der O_2 -Moleküle in Gebieten hoher Intensität (z. B. Licht hinter dem Spalt) führt. Der gemessene Totaldruck entspricht dann nicht der vorhandenen Anzahl von O_2 -Molekülen. Je nach der Rekombinationsgeschwindigkeit bleibt dieser Zustand bis zum nächsten nach $\sim 10^{-5}$ sec folgenden Lichtimpuls der abklingenden oszillierenden Entladung mehr oder weniger erhalten.

Als hauptsächlichster Mechanismus für die Rekombination muß bei den vorliegenden Drucken (10^{-3} bis 10^{-1} Torr) die Zweierstoß-Strahlungsrekombination angenommen werden [17]. Meßwerte für den Rekombinationskoeffizienten β (aus $dn/dt = -\beta n^2$) liegen nicht vor. Nach Berechnungen von NICOLET [18]

ist $\beta = 2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$ für die Rekombination von $\text{O}(^3\text{P}) + \text{O}(^1\text{D})$. Nimmt man ferner an, daß 1% der in der Kapillare umgesetzten Energie in Licht der entsprechenden Wellenlängen umgewandelt wird, so ergibt sich, daß eine geringe Druckabhängigkeit von k nicht von vornherein ausgeschlossen werden kann.

b) Es bestehen erhebliche Diskrepanzen in den Werten für die Absorptionskoeffizienten im Schumann-Runge-Kontinuum für O_2 [2], [4], [6], [8], [9]. Aus der Prüfung des Beerschen Gesetzes ergaben sich in der vorliegenden Arbeit an vier Wellenlängen in diesem Gebiet Werte für k .

2. Experimentelle Anordnung

Es wurde ein 1 m-Konkavgitter-Spektrograph in streifender Inzidenz (Einfallswinkel 80°) mit photoelektrischem Nachweis verwendet [10]. Der Spektrograph war selbst Absorptionsraum. Bei den Messungen über 1000 Å war der Spektrograph durch ein LiF-Fenster von der Funkenkammer getrennt, während unter 1000 Å der Druckunterschied durch einen sehr engen Spektrographenspalt aufrechterhalten wurde. Als Lichtquelle diente eine Lymansche Kapillarentladung mit Einzelentladungen in einer Folge von etwa 10 sec. Die Kapazität war $C = 0,33 \mu\text{F}$, die Selbstinduktion des Entladungskreises $L = 56 \mu\text{H}$, die Spannung $U = 30 \text{ kV}$, der Durchmesser der Kapillare 3,2 mm, der Druck $3 \cdot 10^{-2}$ Torr. Unter diesen Bedingungen ergab sich eine abklingende oszillierende Entladung mit einer Schwingungsdauer $T = 2,7 \cdot 10^{-5}$ sec. Die ballistische Messung der Lichtimpulse mit dem Photomultiplier (RCA 1P21 + Na-Salicylat-Leuchtschirm) erfolgte nach einer von KOPP und PETZOLD [11], [12] angegebenen Methode, welche die Fehler, die durch Raumladungserscheinungen im Photomultiplier bei hohen Stromimpulsen sehr kurzer Dauer auftreten, vermeidet.

Bei der Lymanschen Kapillar-Entladung zeigte sich nach jeder Pause von etwa 1 min oder mehr, daß die Intensität um 15 bis 20% größer war. Nach etwa 10 Entladungen hatte aber die Intensität stets den vorherigen Wert wieder angenommen und behielt denselben mit einer statistischen Schwankung von $\pm 5\%$ über längere Zeit bei (geprüft bis etwa 50 Entladungen).

Die Druckmessung erfolgte mit einem geeichten McLeodschen Vakuummeter. Die Gase wurden in Stahlflaschen von der Firma Linde bezogen, die folgende Angaben über die Reinheit machte. Sauerstoff: 99,7% O_2 . Die restlichen 0,3% zum größten Teil N_2 , eine Spur Ar und andere Edelgase sowie CO_2 . Wasserdampf soll wegen sorgfältiger Nachtrocknung nach dem Komprimieren nur äußerst wenig enthalten sein. (Die Gase wurden außerdem beim Einlassen in den Absorptionsraum sowie durch dort aufgestellte Schalen mit P_2O_5 gründlich getrocknet.) Stickstoff: 99,9% N_2 . Die restlichen 0,1% hauptsächlich O_2 .

3. Ergebnisse

Im Gebiet des Schumann-Runge-Kontinuums wurden Messungen in O_2 bei vier Wellenlängen durchgeführt (1. 1550,77 Å und 1548,20 Å C IV, durch den 0,3 mm breiten Spalt am Multiplier nicht aufgelöst; 2. 1402,73 Å Si IV; 3. 1393,73 Å Si IV; 4. 1371,29 O V).

Die sorgfältigste Messung mit 59 Meßpunkten wurde bei dem Linienpaar 1550 Å C IV vorgenommen.

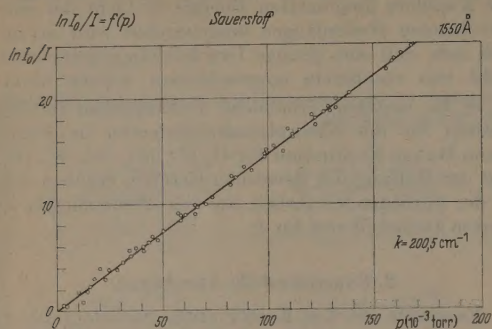


Abb. 1. Absorption $\ln I_0/I$ als Funktion des Druckes p

Eine meßbare Verschiedenheit der Absorptionskoeffizienten bei den beiden Linien war wegen der Lage im

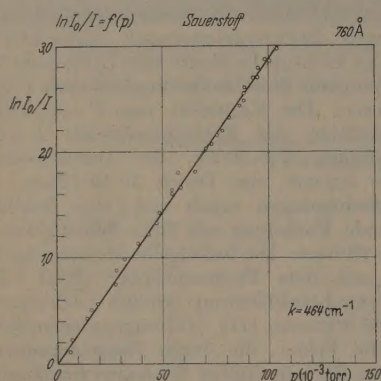


Abb. 2. Absorption $\ln I_0/I$ als Funktion des Druckes p

Absorptionskontinuum nicht zu erwarten. In Abb. 1 ist $\ln I_0/I$ als Funktion von p dargestellt. Die Berech-

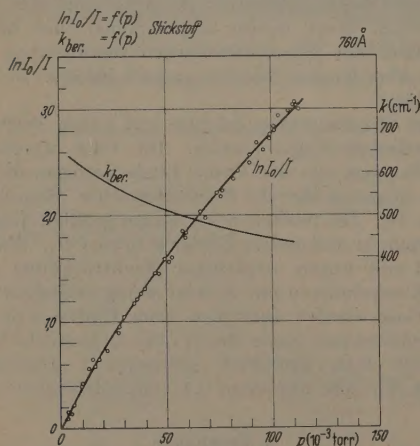


Abb. 3. Absorption $\ln I_0/I$ als Funktion des Druckes p ; Absorptionskoeffizient k als Funktion des Druckes p

nung für die Ausgleichsgerade wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate so angesetzt, daß die zu ermittelnde Gerade nicht zwangsläufig durch den

Koordinaten-Nullpunkt ging. Der sich aus der Berechnung ergebende Ordinatenabschnitt vom Nullpunkt bis zum Schnittpunkt mit der Ausgleichsgeraden betrug aber nur 0,5% des größten Wertes von $\ln I_0/I$. Unter Berücksichtigung der Streuung der Meßpunkte, der Unsicherheit in der Absolutmessung

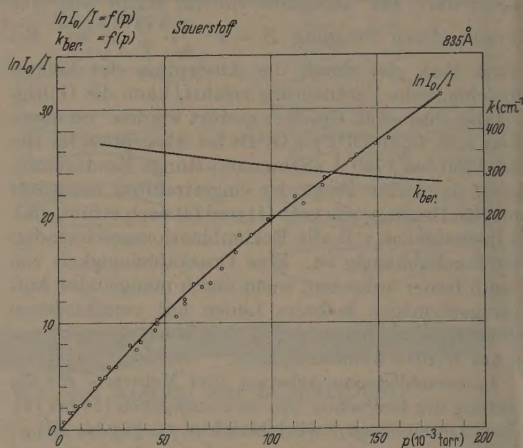


Abb. 4. Absorption $\ln I_0/I$ als Funktion des Druckes p ; Absorptionskoeffizient k als Funktion des Druckes p

des Druckes ($\pm 2\%$), der Temperaturmessung ($\pm 1\%$) und der Bestimmung der Weglänge ($\pm 0,5\%$) ergab sich

$$k_{O_2} = 200,5 \text{ cm}^{-1} \pm 3\% \quad \text{für } 1550 \text{ Å}^*$$

Bei den anderen Wellenlängen waren die Ergebnisse

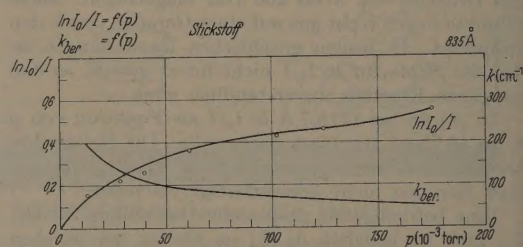


Abb. 5. Absorption $\ln I_0/I$ als Funktion des Druckes p ; Absorptionskoeffizient k als Funktion des Druckes p

$$k_{O_2} = 331 \text{ cm}^{-1} \pm 5\% \quad \text{für } 1402,73 \text{ Å (23 Meßpunkte)}$$

$$k_{O_2} = 345 \text{ cm}^{-1} \pm 3\% \quad \text{für } 1393,73 \text{ Å (16 Meßpunkte)}$$

$$k_{O_2} = 299 \text{ cm}^{-1} \pm 1,5\% \quad \text{für } 1371,29 \text{ Å (21 Meßpunkte)}$$

Unter 1000 Å wurde die Absorption in O_2 und N_2 bei den Liniengruppen 835 Å O III (835,29; 835,10; 833,74; 832,93) und 760 Å O V (762,00; 761,13; 760,45; 760,23; 759,44; 758,68), die ebenfalls durch den 0,3 mm breiten Multiplierspalt nicht aufgelöst wurden, untersucht. Abb. 2 zeigt die Absorption bei 760 Å in O_2 , Abb. 3 in N_2 . Es ergab sich

$$k_{O_2} = 464 \text{ cm}^{-1} \pm 3\% \quad \text{für } 760 \text{ Å (32 Meßpunkte)},$$

* Eine Verfälschung der Meßresultate durch Streulicht ist ausgeschlossen, weil in den zwischen den Linien liegenden Gebieten trotz erhöhter Multiplierempfindlichkeit kein Streulicht nachweisbar war.

während für N_2 eine Druckabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten vorlag, die offenbar durch das mangelnde Auflösungsvermögen bestimmt war.

Bei 835 Å ergab sich aus dem gleichen Grunde in O_2 eine schwache und in N_2 eine sehr starke Druckabhängigkeit von k (Abb. 4 und 5).

4. Diskussion

Durch die Messungen ergibt sich im Schumann-Runge-Kontinuum sowie bei 760 Å für O_2 eine Gültigkeit des Beerschen Gesetzes mit einer Genauigkeit von 1,5% (bzw. 3% bei 1402,73 Å). (Daß die Absorptionskoeffizienten bei diesen Wellenlängen mit geringerer Genauigkeit angegeben wurden, liegt an den Fehlern der Absolutwerte für p , T und x).

Die im Schumann-Runge-Kontinuum gemessenen Werte der Absorptionskoeffizienten für O_2 sind in der Tabelle 1 den in [1], [4], [6], [8] gegebenen Werten

Tabelle 1

Absorptionskoeffizient k [cm^{-1}] für O_2					
λ [Å]	DITCHBURN, HEDDLE [1] (photograph.)	WATANABE, MARMO [4] (photoelektr.)	WATANABE et al. [6] (photoelektr.)	LADENBURG, VAN VOORHIS [8] (photograph.)	Eigene Messungen (photoelektr.)
1550,77 1548,20	C IV	376, 382, 401	211 \pm 5%	275	200,5 \pm 3%
1402,73			380 \pm 5%	385	331 \pm 5%
1393,73	Si IV		372 \pm 5%	350	345 \pm 3%
1371,29	O V		316 \pm 5%	265	299 \pm 3%

gegenübergestellt. In [1] und [8] sind für die als gültig bezeichnete Kurve keine mittleren Fehler angegeben. Die Angabe der einzelnen Fehler von DITCHBURN, HEDDLE [1] bei den Meßpunkten, von denen aber keiner auf die in der Tabelle 1 bezeichneten Wellenlängen fällt, schwankt zwischen 2 bis 20%. Bei 760 Å ist für O_2 ein Vergleich des Absorptionskoeffizienten mit drei Messungen anderer Autoren möglich.

ABOUD, CURTIS, MERCURE, RENSE [13] (photoelektrisch) 475 $cm^{-1} \pm 10\%$,

WEISSLER, LEE [14] (photographisch) 617 cm^{-1} ,

LEE [15] (photographisch) 430 cm^{-1} ,

Eigene Messung (photoelektrisch) 464 $cm^{-1} \pm 3\%$.

Für N_2 ist bei dieser Wellenlänge ein Vergleich mit anderen Autoren nicht möglich.

Im Bereich 832,93 Å bis 835,29 Å liegen die Meßwerte von WEISSLER, LEE [14] für O_2 zwischen 600 cm^{-1} und 670 cm^{-1} und für N_2 zwischen 91 cm^{-1} und 510 cm^{-1} , während CURTIS [16] (photoelektrisch) einen Wert für N_2 bei 835 Å mit 55 cm^{-1} angibt. Die starke Änderung des Absorptionskoeffizienten in diesem kleinen Bereich macht es verständlich, daß die eigenen Messungen eine Druckabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten ergaben, weil die Linien-Gruppe im Gegensatz zu den genannten Arbeiten nicht aufgelöst wurde. Die eigenen für die Linien-

gruppe berechneten Absorptionskoeffizienten liegen sowohl für O_2 als auch für N_2 in dem Bereich der Werte von WEISSLER, LEE und von CURTIS.

Zusammenfassung

Es wurde die Gültigkeit des Beerschen Gesetzes für die Absorption in O_2 bei vier Wellenlängen im Gebiet des Schumann-Runge-Kontinuums sowie bei 760 Å bestätigt. Abweichungen bei 760 Å für N_2 und bei 835 Å für O_2 und N_2 konnten eindeutig durch mangelndes Auflösungsvermögen erklärt werden. Bei den Untersuchungen wurde eine Lymansche Kapillarentladung benutzt, die so betrieben wurde, daß sie ein Linienspektrum emittierte. Der Spektrograph war selbst Absorptionsraum.

Bei den vier Wellenlängen im Schumann-Runge-Kontinuum, wo erhebliche Differenzen zwischen den Ergebnissen verschiedener Autoren bestehen, sowie bei 760 Å ergaben sich die Absorptionskoeffizienten mit einer Genauigkeit von 3% (in einem Fall 5%).

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft stellte Mittel zur Beschaffung von Apparaturen zur Verfügung und ermöglichte so die Durchführung der Arbeit, wofür ich hiermit danke.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr. H. LASSEN für die Anregung zu der Arbeit und für viele Diskussionen. Herrn cand. rer. nat. E. SCHÄFFER danke ich für seine Hilfe bei den Experimenten.

Literatur: [1] DITCHBURN, R. W., and D. W. O. HEDDLE: Proc. Roy. Soc. Lond. A 220, 61 (1957). — [2] DITCHBURN, R. W., J. E. S. BRADLEY, C. G. CANNON and G. MUNDAY: Rocket Exploration of the Upper Atmosphere. London 1954. — [3] MESSNER, R. H.: Z. Physik 85, 727 (1933). — [4] WATANABE, K., and F. F. MARMO: J. Chem. Phys. 25, 965 (1956). — [5] PRESTON, W. M.: Phys. Rev. 57, 887 (1940). — [6] WATANABE, K., E. C. Y. INN and M. ZELIKOFF: J. Chem. Phys. 21, 1026 (1953). — [7] LANG, R. J., and A. R. J. STEVENSON: Phys. Rev. 76, 464 (1949). — [8] LADENBURG, R., and C. C. VAN VOORHIS: Phys. Rev. 43, 315 (1933). — [9] BYRAM, E. T., T. CHUBB and H. FRIEDMAN: J. Opt. Soc. Amer. 44, 353 A (1954); Phys. Rev. 98, 1594 (1955). — [10] GREINER, H.: Z. Instrumentenkde. (im Druck). — [11] KOPP, H. J.: Diss. Freie Universität Berlin 1955. — [12] PETZOLD, W.: Dipl.-Arbeit Freie Universität Berlin 1956. — [13] ABOUD, A. A., J. P. CURTIS, R. MERCURE and W. A. RENSE: J. Opt. Soc. Amer. 45, 767 (1955). — [14] WEISSLER, G. L., and P. LEE: J. Opt. Soc. Amer. 42, 800 (1952). — [15] LEE, P.: J. Opt. Soc. Amer. 45, 703 (1955). — [16] CURTIS, J. P.: Phys. Rev. 94, 908 (1954). — [17] MITRA, S. K.: The Upper Atmosphere. Calcutta 1952. — [18] NICOLET, M.: Institut Royal Météorologique de Belgique, Memoires, Vol. XIX. Contributions à l'étude de la structure de l'ionosphère. 1946.

Dr. HORST GREINER,

I. Physikalisches Institut der Freien Universität Berlin,
Berlin-Dahlem, Boltzmannstraße 20

Ein einfacher lichtelektrischer Verstärker

Von H. OSWALD und H. STRAUBEL

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 14. Juni 1957)

1. Einführung

Der lichtelektrische Verstärker spielt in der modernen Meß- und Regeltechnik eine wichtige Rolle, insbesondere bei der Messung und Registrierung langsam veränderlicher Größen. Als lichtempfindliches Organ werden Thermoelemente, Photozellen oder Sperrsichtzellen verwendet. Bisher wurden jedoch kaum Photowiderstände benutzt. Das liegt wohl an der starken Alterung und mitunter erheblichen Temperaturabhängigkeit dieser Zellen. Andererseits weisen sie eine Reihe von günstigen Eigenschaften auf: sie benötigen meistens nur eine geringe Vorspannung und

Luft- oder Edelgasatmosphäre mit Silber, Gold oder Aluminium als Elektroden bedampft wurden. Das Aufdampfen von möglichst schmalen Spalten (zur Erzielung hoher Empfindlichkeiten) erfordert einige Sorgfalt, denn schon geringe Unschärfe und kleine Abweichungen von der Parallelität erzeugen eine Änderung der wirksamen Feldstärke und damit ungleichmäßige Empfindlichkeit längs des Kristalls.

Besonderes Interesse kommt dem Photostrom als Funktion der ausgeleuchteten Spaltfläche zu. Abb. 1 zeigt die Meßschaltung. Die Zelle wird mit Hilfe einer Mikrometerschraube relativ zu einem scharf begrenz-

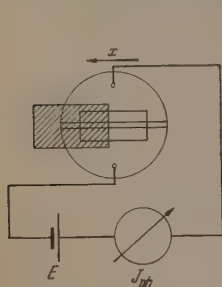


Abb. 1. Abtastung in Spaltichtung. Schraffiert: Lichtfleck

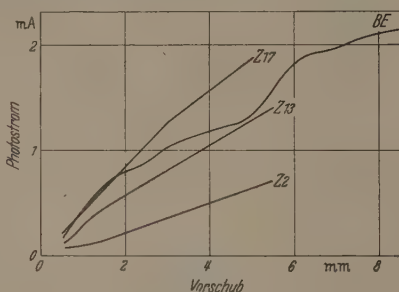


Abb. 2. Photostrom als Funktion des Verschiebes für verschiedene Zellen

vor allem übertrifft ihre Empfindlichkeit die der Alkali- bzw. Sperrsichtzellen um Größenordnungen. Einen besonders großen Photoeffekt zeigen die CdS-Widerstandszellen. Man benutzt sie vielfach zum Auslösen von Schaltvorgängen (Ja-Nein-Schaltungen). Im folgenden soll gezeigt werden, wie man die hohe Empfindlichkeit dieser Zellen für einen lichtelektrischen Verstärker ausnutzen kann, ohne daß die oben erwähnten ungünstigen Eigenschaften merklich stören. Die Untersuchungen werden an dem einfachen lichtelektrischen Verstärker ohne überlagerte Kompensationsschaltung angestellt, damit sich übersichtliche Verhältnisse ergeben. Beim lichtelektrischen Kompensator sind die Ansprüche an die Konstanz der Photozelle wegen der starken Gegenkopplung ohnehin geringer. Außerdem ist der lichtelektrische Verstärker ohne Rückkopplung nicht auf die Messung elektrischer Größen beschränkt. Die entwickelte Anordnung mit ihrer hohen Verstärkung eignet sich besonders zur Messung mechanischer Größen (kleinste Drehwinkel bzw. Längenänderungen). Die Empfindlichkeiten der mit erheblichem Aufwand verknüpften elektrischen (kapazitiven und induktiven) Methoden für diese Zwecke werden ohne Schwierigkeiten erreicht oder übertroffen.

2. Eigenschaften der CdS-Photozellen

Für die folgenden Untersuchungen wurden CdS-Kristalle verwandt, die auf eine Glasunterlage gekittet und nach Reinigung durch eine Glimmentladung in

Luft- oder Edelgasatmosphäre mit Silber, Gold oder Aluminium als Elektroden bedampft wurden. Das Aufdampfen von möglichst schmalen Spalten (zur Erzielung hoher Empfindlichkeiten) erfordert einige Sorgfalt, denn schon geringe Unschärfe und kleine Abweichungen von der Parallelität erzeugen eine Änderung der wirksamen Feldstärke und damit ungleichmäßige Empfindlichkeit längs des Kristalls. Besonders Interesse kommt dem Photostrom als Funktion der ausgeleuchteten Spaltfläche zu. Abb. 1 zeigt die Meßschaltung. Die Zelle wird mit Hilfe einer Mikrometerschraube relativ zu einem scharf begrenz-

ten, gleichmäßig ausgeleuchteten Lichtfleck in Spaltichtung bewegt. Einige Beispiele der sich dabei ergebenden Kennlinien sind in Abb. 2 dargestellt. Neben völlig unbrauchbaren Kristallen (BF) gibt es auch solche, die eine geradlinige Charakteristik aufweisen (Z2, Z13), wie sie für einen konstanten Verstärkungsfaktor nötig ist. Mitunter ändert sich die Empfindlichkeit sprunghaft (Z17). Durch Versuchsreihen, die an Zellen auf einer laufenden Fertigung durchgeführt wurden, ergab sich, daß mehr als die Hälfte aller Zellen für die vorliegende Aufgabe brauchbar ist, wenn man sich

mit Spaltlängen von 3 bis 4 mm zufrieden gibt. Für längere Kristalle wird es immer schwieriger, solche mit linearer Kennlinie zu finden¹. Dieser Umstand bedeutet jedoch keinen wesentlichen Nachteil, denn zur Erzielung besonders hoher Verstärkungen sind nur kurze Kristalle nötig. Bei einer von DRIESCHE und EDER angegebenen Anordnung zur Vergrößerung von Lichtzeigerausschlägen [1] wird die CdS-Zelle quer zum Spalt, also senkrecht zur oben angegebenen Richtung, abgetastet. Hier erhält man jedoch keine Proportionalität zwischen Verschiebung der Lichtmarke und Photostrom.

Die Messung des Photostroms in Abhängigkeit von der angelegten Spannung ergab etwas Unerwartetes (Abb. 3). Für niedrige Spannungen steigt der Photostrom linear an, nimmt aber oberhalb einer gewissen Spannung wieder ab. Der Temperaturkoeffizient des Widerstands ist also bei der durch den Stromdurchgang erzeugten Temperatur nicht negativ wie meistens bei Halbleitern, sondern positiv. Ähnliche Kurven wurden in einem anderen Zusammenhang gemessen [2]. Das Maximum erscheint um so schärfer ausgeprägt und um so weiter nach niedrigen Spannungen verschoben, je höher die Beleuchtungsstärke und die Empfindlichkeit der Zelle ist. Für den lichtelektrischen Verstärker ist die beschriebene Abweichung

¹ Für die Überlassung von entsprechenden CdS-Zellen sind wir dem VEB Zeiss, Jena, sowie dem Institut für Festkörperphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften Berlin-Buch, zu Dank verpflichtet.

um Ohmschen Verhalten unerwünscht, wenn die Anzeige linear sein soll. Man muß darauf achten, daß nur solche Spannungen an der Zelle liegen, für die die Strom-Spannungs-Charakteristik noch geradlinig verläuft.

Schließlich muß man den Photostrom als Funktion der Beleuchtungsstärke kennen. Der Photostrom nimmt zunächst linear zu, bei höheren Intensitäten verläuft er schwächer als linear (vgl. [3], [4]). Dieser Umstand kommt der Forderung nach weitgehender Unabhängigkeit der Verstärkung von Schwankungen der Lichtintensität entgegen.

Die in den letzten Abschnitten gewonnenen Ergebnisse, die Proportionalität des Photostroms zur beleuchteten Spaltlänge und zur angelegten Spannung

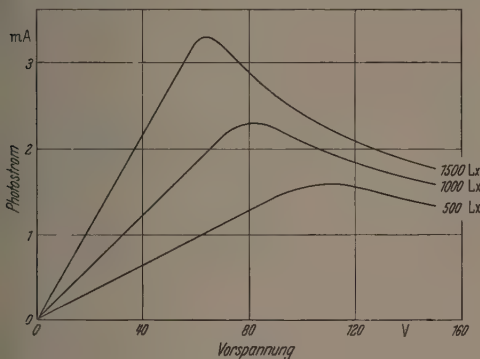


Abb. 3. Photostrom als Funktion der Vorspannung; Parameter: Beleuchtungsstärke

mit Einschränkung) gestatten es, die Empfindlichkeit ε der CdS-Zellen für eine bestimmte Beleuchtungsstärke B einfach durch

$$[\varepsilon] = \frac{A}{V \cdot \text{mm}} \Big|_{B=\text{const}}$$

anzugeben. Bei Spaltbreiten der Zellen zwischen 0,1 und 0,2 mm wurden Empfindlichkeiten ε von etwa $10^{-5} \frac{A}{V \cdot \text{mm}} \Big|_{B=1000 \text{ Lx}}$ erzielt.

3. Die Wahl der Schaltung und ihre Eigenschaften

Von den zahlreichen Anordnungsmöglichkeiten scheiden von vornherein diejenigen mit nur einer Zelle aus, da hier die Schwankungen der Beleuchtungsstärke und der Zellenempfindlichkeit direkt in das Meßergebnis eingehen. Auch die drehbare Anbringung der Photozelle wie bei DRIESCHER und EDER ist keine ideale Lösung. Es wurde folgende einfache Anordnung gewählt (Abb. 4). Das Objektiv O bildet die Blende B über den Spiegel S , dessen Drehung verstärkt werden soll, scharf auf die beiden Photowiderstände a und b . Diese werden durch die Widerstände c und d zu einer Wheatstoneschen Brücke ergänzt. Bei einer Drehung des Spiegels verschiebt sich die Lichtmarke in x -Richtung; der eine Photowiderstand nimmt zu und der andere ab. Infolgedessen ändert sich die Spannung U an der Meßdiagonale. Für U gilt als Funktion der Widerstände a, b, c, d, e (e ist der Widerstand des Brückeninstruments einschließlich Vorwiderständen)

$$U = \frac{e(ad - bc)E}{(a+b)(cd + ce + de) + ab(c+d)}. \quad (1)$$

Für $c=d$ verschwindet U , wenn die beiden Photowiderstände a und b übereinstimmen, d.h. wenn sie gleich weit ausgeleuchtet und gleich empfindlich sind¹. Die in dieser Nullage ausgeleuchtete Spaltlänge jedes Kristalls sei ξ . Damit einerseits keine Beschneidung des Meßbereichs eintritt und andererseits die Kristalllänge voll ausgenutzt wird, wählt man ξ zweckmäßig gleich der halben Kristalllänge. Dann kann man a und b mit Hilfe der oben definierten Empfindlichkeit ε bzw. ihrer reziproken Größe $1/\varepsilon = C$ folgendermaßen in Abhängigkeit von der Verschiebung der Lichtmarke x darstellen (bei Vernachlässigung des Dunkelwiderstands):

$$a = \frac{C}{\xi - x}; \quad b = \frac{C}{\xi + x} \quad (|x| \leq \xi). \quad (2)$$

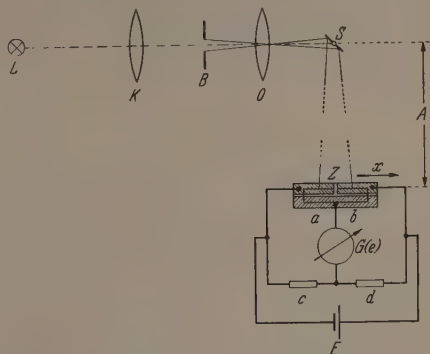


Abb. 4. Anordnung des lichtelektrischen Verstärkers

Durch Einsetzen von (2) in (1) ergibt sich mit $c=d$

$$U = \frac{eE}{\xi(d + 2e) + C} \cdot x. \quad (3)$$

Die Spannung an der Meßdiagonale ist also bei Verwendung zweier Photozellen mit gleicher Empfindlichkeit dem Ausschlag x der Lichtmarke streng proportional. Es stört nur, daß in (3) das C auftritt, in welches die Empfindlichkeit der Zelle und die Beleuchtungsstärke eingehen. Unter der Bedingung

$$C \ll 2\xi e, \quad (4)$$

d.h. bei genügend hohem Widerstand des Brückeninstruments, erhält man

$$U = \frac{E}{2\xi} x. \quad (5)$$

Hier ist außerdem $d \ll e$ gesetzt, was sich experimentell verwirklichen läßt. Damit ist der Ausschlag am Brückeninstrument weitgehend unabhängig von Schwankungen der Beleuchtungsstärke und der Zellenempfindlichkeit.

4. Ausführung des Verstärkers

Die oben gestellte Forderung nach gleicher Empfindlichkeit der beiden Zellen läßt sich durch entsprechende Auswahl zweier Exemplare erfüllen. Dabei hat man jedoch nicht die Gewähr dafür, daß die beiden Zellen auch über längere Zeit in ihren Eigenschaften gleich bleiben. Sie können individuell verschieden altern. Aus diesem Grunde wurden zwei

¹ Die Annahme $c=d$ vereinfacht die Rechnung; für $c \neq d$ ergibt sich ein anderer Nullpunkt.

Zellen gleicher Empfindlichkeit einfach durch *Teilung eines Kristalls* hergestellt. Diese Manipulation läßt sich nach Aufkitten des Kristalls auf die Unterlage und Aufdampfen der Elektroden z. B. mit einem scharfen Skalpell ohne große Schwierigkeiten ausführen. Man erhält dann eine Differentialzelle wie in Abb. 4 angedeutet.

Die Bedingung (4) liefert für den Widerstand des Brückeninstruments mit $C = 2 \cdot 10^4 \Omega \text{ mm}$ und $\xi = 2 \text{ mm}$

$$e \gg \frac{C}{2\xi} = 5 \text{ k}\Omega. \quad (6)$$

Man wird $e \geq 50 \text{ k}\Omega$ wählen, dann entspricht einer Änderung von C um 10% eine Änderung der Spannung U von höchstens 1%. Wenn Brückenspannungen bis herab zu etwa 0,05 V (Endausschlag) gemessen werden sollen, muß also die Stromdämmung des zu verwendenden Instruments

$$\frac{5 \cdot 10^4 \Omega}{5 \cdot 10^{-2} \text{ V}} = 10^6 \frac{\Omega}{\text{V}} \quad (7)$$

betragen. Dieser Wert läßt sich mit stromempfindlichen Lichtmarkengalvanometern bequem erreichen (spannungsempfindliche Instrumente eignen sich weniger gut, s. [5]¹). Durch entsprechende Vorwiderstände kann man verschiedene Meßbereiche herstellen und damit den Verstärkungsgrad des Lichtzeigerausgangs regeln.

Die Widerstände c und d der Brücke bildet man zweckmäßig als Teilwiderstände eines Potentiometers aus. Man kann dann den Nullpunkt des Brückeninstruments an eine beliebige Stelle seiner Skala bringen. Gleichzeitig ergibt sich dadurch eine Möglichkeit zur Feinjustierung (bei sehr starken Vergrößerungen ist die Mikrometerschraube zu grob, um die beiden Zellen genau symmetrisch zur Lichtmarke einzustellen). Eine Änderung der Verstärkung ergibt sich bei $c \neq d$ nicht, da die Anordnung über den ganzen Meßbereich linear arbeitet [s. (3)].

Die Speisespannung der Brücke E geht direkt in das Meßergebnis ein [s. (5)] und muß daher genügend konstant sein. Andererseits ist nur eine kleine Spannung bei geringer Belastung erforderlich, so daß ein 6 V-Akkumulator kleiner Kapazität allen Ansprüchen gerecht wird. Der Stromverbrauch der Brücke ist im wesentlichen durch die Summe der Widerstände c und d bestimmt; es wurde $c + d = 500 \Omega$ gewählt.

Im Versuchsaufbau wurden als Objektiv und Kondensor Objektive von Kleinbildkameras benutzt ($f = 50 \text{ mm}$). Wenn man die Zellen nicht bis zum Rand aussteuert, kommt man auch mit einfacheren optischen Mitteln aus. Als Lichtquelle diente eine Autolampe 6 V/50 W.

5. Verstärkungsfaktor

Es interessiert die Winkelverstärkung V , die durch

$$V = \varphi_2 / \varphi_1 \quad (8)$$

definiert ist, wobei φ_1 der zu verstärkende Drehwinkel des Spiegels S (s. Abb. 4) und φ_2 der Ausschlag am

¹ Es wurde ein Lichtmarkeninstrument mit zweimal 75 Skalenteilen, Nullpunkt in der Mitte, $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ A/Skt.}$, $R_t = 2500 \Omega$, $R_{\text{agr}} = 50000 \Omega$ benutzt. Diese Werte entsprechen $1,77 \text{ M}\Omega/\text{V}$.

Brückeninstrument ist. Bezeichnet man die Länge des Lichtzeigers, d. h. den Abstand Spiegel—Zelle, mit A , dann gilt

$$x = 2\varphi_1 A. \quad (9)$$

Der Faktor 2 rührt von der Winkelverdopplung bei der Reflexion des Lichtstrahls am Spiegel her. Durch Einsetzen von (5) und (9) in (8) folgt

$$V = \frac{\varphi_2 \cdot E \cdot A}{U \cdot \xi}. \quad (10)$$

Mit den Daten $\varphi_2 = \pi/4$ (Endausschlag des Galvanometers entspricht einem Winkel von 45°), $E = 6 \text{ V}$, $A = 500 \text{ mm}$, $U = 0,03 \text{ V}$ (empfindlichster Meßbereich) und $\xi = 2 \text{ mm}$ erhält man $V = 40000$, wobei zu bemerken ist, daß dieser Wert noch nicht die experimentelle Grenze darstellt. Er liegt aber weit über den Verstärkungsgraden, die man mit anderen Photozellen durch Benutzung eines Gitters und höchstempfindlicher Spiegelgalvanometer bei den sog. Galvanometerverstärkern erreicht hat [6]. Gleichzeitig vermeidet man die Schwierigkeiten bei der Justierung solcher Anordnungen. Wenn die Spiegeldrehung durch Längenänderung eines Meßkörpers erzeugt wird, der im Abstand r von der Drehachse auf den Spiegel wirkt, ergibt sich für die Längenänderung

$$\Delta l = r \varphi_1 = r \varphi_2 / V.$$

Mit $r = 4 \text{ mm}$ und den obigen Daten entspricht einem Skalenteil die Längenänderung

$$\Delta l \approx 10^{-6} \text{ mm/Skt.}$$

Für die anderen einstellbaren Meßbereiche des Brückeninstruments ergeben sich folgende Winkelvergrößerungen:

Bereich [Volt] . . .	0,15	0,75	3	10
Vergrößerung . . .	8000	1600	400	80

6. Fehler

a) *Durch Dunkelstrom.* Bei Berechnung von (8) wurde der Dunkelstrom der CdS-Zellen nicht berücksichtigt. In Wirklichkeit liegt dem Photowiderstand des jeweils beleuchteten Kristallteils der Dunkelwiderstand des unbeleuchteten Kristallteils parallel, wobei hier unter letzterem der resultierende Wert aus dem eigentlichen Dunkelwiderstand des Kristalls und dem vom nicht ganz zu vermeidenden Streulicht herrührenden Widerstand verstanden werden soll. Durch ein an das Gehäuse der Zelle angesetztes Rohr, das innen berußt ist, und durch eine günstig gewählte Objektiveblende lassen sich ohne Abdunklung des Zimmers Verhältnisse des Photo- zum Dunkelwiderstand (auf gleiche Spaltlänge bezogen) von $1/200$ und kleiner erzielen. Der dadurch entstehende Fehler bleibt unter 1%, wie sich durch Rechnung und Experiment zeigen läßt.

b) *Durch Schwankungen der Beleuchtungsstärke oder der Zellenempfindlichkeit.* Die experimentelle Ermittlung dieses Fehlers wurde bei konstanter Zellenempfindlichkeit allein durch Variieren der Beleuchtungsstärke durchgeführt. Dabei ergaben sich folgende

relative Abweichungen δ der Brückenspannung gegenüber einer Beleuchtungsstärke von 1000 lx:

Tabelle 1

Lux	δ	
	für Meßbereich 0,15 bis 15 V	für Meßbereich 0,03 V
375	+2%	+10%
850	+0,2%	+1%
1000	0	0
1150	-0,2%	-1%
2000	-1%	-5%

Auch diese Angaben lassen sich durch Rechnung fassen, wenn man den Dunkelwiderstand berücksichtigt.

c) Durch ungleiche Empfindlichkeit der beiden Photowiderstände: Im Gegensatz zu den oben berechneten Fehlern wird die Proportionalität zwischen Brückenspannung und Verschiebung der Lichtmarke bei unterschiedlichen Empfindlichkeiten der beiden Zellen gestört. An Stelle einer Geraden entsteht jetzt eine Hyperbel als Kennlinie des Verstärkers. Die Abweichung von der Proportionalität ist am größten, wenn man nicht die Zellenmitten als Nulllage wählt, sondern den Nullpunkt so verschiebt, daß die weniger empfindliche Zelle weiter ausgeleuchtet wird. Durch diese Maßnahme wird die relative Abweichung von der Linearität kleiner als der relative Unterschied der Zellenempfindlichkeiten. Zweckmäßig verwendet man jedoch nicht zwei einzelne Zellen, sondern die oben beschriebene Differentialzelle.

Legt man einen relativen Unterschied der Empfindlichkeiten von 1% und Schwankungen der Konstanten C (Zellenempfindlichkeit und Beleuchtungsstärke) um 20% zugrunde, dann ergibt sich ein Gesamtfehler von 3 bis 5% je nach Meßbereich. Da sich die Fehler teilweise rechnerisch berücksichtigen lassen, kann man die Meßgenauigkeit unter Umständen noch erhöhen.

7. Eine einfache Anwendung

Im folgenden wird ein Versuch beschrieben, der die Leistungsfähigkeit des Verstärkers demonstrieren soll.

Aufbau wie in Abb. 4. Man hat nur den Spiegel S herauszunehmen und die Zellen mit auf die optische Bank zu setzen. Die Brücke wird durch Verschieben der Zellen relativ zum Spaltbild und mit Hilfe des Potentiometers aus den Widerständen c und d so weit ausgeglichen, daß man den empfindlichsten Meßbereich einschalten kann. Durch seitliches Anhauchen der Schiene¹ (zwischen Objektiv und Zellen, möglichst weit von den Zellen entfernt) wird diese einseitig erwärmt und biegt sich durch. Dabei wird die Lage des Spaltbilds auf den Zellen verschoben und die Brücke verstellt. Es lassen sich leicht Ausschläge von 50 Skalentheiten und darüber erzeugen. Bringt man an dieselbe Stelle der Schiene einen Tropfen Äther, dann schlägt das Instrument nach der anderen Seite aus. Innerhalb weniger Sekunden ist der Größtusschlag erreicht. Mit zunehmender Verdunstung nimmt die Durchbiegung wieder ab. Dabei kann man oft ruckartige Bewegungen beobachten (Spannungen in der Schiene, Änderungen im Kristallgefüge).

¹ Eine Zeiss-Schiene, wie sie als optische Bank benutzt wird.

Die quantitative Auswertung bereitet keine Schwierigkeiten. Ein Maß für die Durchbiegung ist der Schnittwinkel der Tangenten (Fig. 5). Dieser Winkel ist auch der tatsächlich gemessene. Er wird nach (8) und (10) berechnet. Dort muß jedoch auf der rechten Seite der Faktor $1/2$ angebracht werden, da bei der Durchbiegung der Schiene keine Verdopplung des

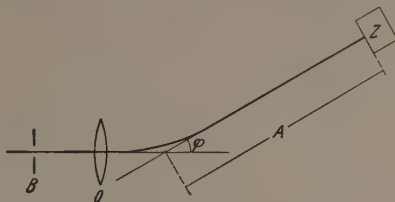


Abb. 5. Zur Durchbiegung der Schiene. A wirksame Lichtzeigerlänge; φ Winkel der Durchbiegung

Winkels durch Reflexion am Spiegel auftritt. Es gilt also

$$\varphi = \frac{2 \cdot \xi \cdot U}{E \cdot A}$$

Mit $\xi = 2$ mm, $E = 6$ V, $A = 500$ mm, $U = \frac{0,03}{75}$ Skt. ergibt sich

$$\varphi = 5,3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Rad}}{\text{Skt.}} = \frac{0,11''}{\text{Skt.}}$$

8. Besonderheiten der beschriebenen Anordnung

a) *Periodische Auslenkungen.* Neben langsam veränderlichen Lichtzeigerausschlägen kann man auch periodische Auslenkungen verstärken. An der Brückendiagonale entsteht dann eine Wechselspannung.

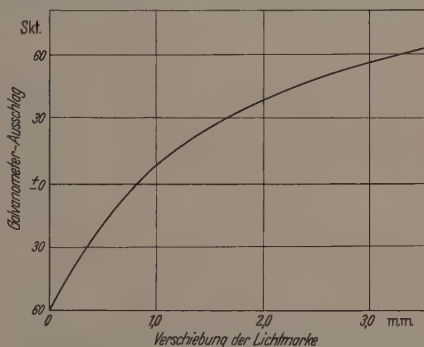


Abb. 6. Hyperbolische Kennlinie, erzeugt durch Graukell vor einer Zellenseite

Der Kathodenstrahloszillograph (mit Verstärker) ist als Anzeigegerät geeignet. Man kann so z.B. Stimmgabelschwingungen oszillographieren. Mit zunehmender Frequenz der Lichtzeigerauslenkung nimmt jedoch die Empfindlichkeit ab, wie es allgemein bei Widerstandszellen infolge ihrer Trägheit der Fall ist.

b) *Anpassung.* Wenn die Brücke in Verbindung mit einem Verstärker benutzt werden soll, interessiert ihr Ausgangswiderstand R_A . Er beträgt ($e \rightarrow \infty$)

$$R_A = \frac{ab}{a+b} + \frac{cd}{c+d}$$

* Diesem Winkel entspricht auf einem Transporteur mit einem Radius von fast 2 km eine Bogenlänge von 1 mm.

Mit $a = \frac{C}{\xi - x}$, $b = \frac{C}{\xi + x}$ und $c = d$ ergibt sich mit den früheren Werten

$$R_A = \frac{C}{2\xi} + \frac{d}{2} \approx 5 \text{ k}\Omega.$$

Der Ausgangswiderstand ist also unabhängig von x und relativ niederohmig, so daß keine Schwierigkeiten bei der Anpassung der Brücke an einen Verstärker auftreten. Aus denselben Gründen läßt sich auch die Dämpfungsanpassung des normalerweise benutzten Lichtmarkengalvanometers leicht erreichen.

c) *Nichtlineare Charakteristiken.* Für spezielle Zwecke braucht man Verstärker mit nichtlinearer Charakteristik. Die beschriebene Anordnung bietet hier verschiedene Möglichkeiten. Als Beispiel möge die hyperbolische Kennlinie in Abb. 6 dienen. Durch Vorsetzen eines Graukeils vor eine der beiden Zellen läßt sich die Krümmung in weiten Grenzen einstellen.

d) Die beschriebene Anordnung läßt sich verbessern, wenn man nicht nur zwei, sondern alle vier Widerstände der Brücke als CdS-Photowiderstände ausbildet. Dazu sind nicht etwa vier getrennte Zellen nötig, sondern man kann durch entsprechendes Bedampfen und Ritzen eines Kristalls eine „Doppel-Differentialzelle“ herstellen. Schließlich sei erwähnt, daß man die CdS-Zelle auf Grund ihrer oben beschriebenen Eigenschaften auch zur Konstruktion eines einfachen lichtelektrischen Kompensators (zur

¹ Nach Abschluß dieser Arbeit wurde eine Veröffentlichung von A. THULIN [J. Sci. Instrum. 32, 387 (1955)] bekannt. Dort wird ein lichtelektrischer Verstärker mit einer CdS-Differential-Schichtzelle beschrieben. Diese Anordnung arbeitet im Gegensatz zur oben behandelten nicht mit konstanter Speisepannung der Brücke, sondern mit konstantem Speisestrom.

Messung kleiner Gleichspannungen und -ströme mit hoher Genauigkeit) benutzen kann, da hier die Anforderungen an die Zelle geringer als beim gewöhnlichen lichtelektrischen Verstärker sind.

Zusammenfassung

Es wird ein lichtelektrischer Verstärker beschrieben, der die experimentell ermittelten Eigenschaften der Kadmiumsulfid-Photowiderstände berücksichtigt und ihre hohe Empfindlichkeit ausnutzt. Auf Grund des einfachen und übersichtlichen Aufbaus läßt sich die Verstärkung leicht errechnen, desgleichen die eventuell auftretenden Fehler. Die Anordnung erfordert keinen großen Aufwand an optischen Hilfsmitteln; Strahlteilung ist nicht nötig, da die beiden verwendeten Zellen räumlich dicht beieinander liegen. Eine Verstärkung $V = 40000$ läßt sich ohne Schwierigkeiten erreichen. Außerdem besitzt die Anordnung eine lineare Charakteristik und ist weitgehend von Schwankungen der Lichtquelle und der Zellenempfindlichkeit unabhängig, so daß ihre Anwendung zur Lösung meß- und regeltechnischer Probleme naheliegt. Die hohe Verstärkung wird an Hand eines einfachen Versuchs demonstriert¹.

Literatur: [1] DRIESCHER, H., u. F. EDER: Exp. Tech. d. Physik 1, 31 (1953). — [2] BÖER, K. W., U. KÜMMEL u. ROMPE: Z. phys. Chem. 200, 180 (1952). — [3] BUTTLER, M., W. MUSCHIED: Ann. Phys. 450, 82 (1955). — [4] BROSER, u. R. WARMINSKY: Ann. Phys. 442, 289 (1950). — [5] MEYER, E., u. C. MOERDER: Spiegelgalvanometer und Lichtzeuginstrumente. Leipzig 1952. — [6] BARNES, B., u. F. M. TOSSI: Z. Physik 76, 24 (1932).

Prof. Dr. HARALD STRAUBEL
und Dipl.-Phys. HERMANN OSWALD,
Jena, Physikalisches Institut
der Friedrich-Schiller-Universität

Die experimentelle Ermittlung des Kraftverlaufs beim Stoß einer Kugel gegen eine ebene Platte

Von H. MINTROP

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 23. Mai 1957)

1. Einleitung

Für den Stoß hat H. HERTZ eine ausführliche und weitgehend abgeschlossene Theorie geschaffen. Die zahlreichen experimentellen Arbeiten, die durch sie angeregt wurden, haben gezeigt, daß zum mindesten unter gewissen Voraussetzungen die Aussagen der Theorie bestätigt werden können und ihre praktische Anwendung berechtigt ist.

2. Die Ermittlung des Kraftverlaufs beim Stoß

2.1 Theoretische Grundlagen

HERTZ untersucht die Vorgänge und Veränderungen in der Kontaktfläche. Wesentliche Voraussetzungen sind: Reversible Formänderungen und Nichtvorhandensein von elastischen Schwingungen an bzw. in den beteiligten Kontaktkörpern. Für das Experiment und die praktische Anwendung ist die Beachtung eines Grenzfalles, nämlich der Stoß einer Kugel gegen eine ebene, unendlich große Platte (Halbraum) besonders

günstig. Mit dem Stoßvorgang, der aus dem letzten rechten Fall der Kugel gegen die Platte eingeleitet wird, sind folgende Relationen verknüpft:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{16} P 2 \delta r}, \quad (1)$$

$$a = 1,1445 \cdot r \sqrt[5]{h \delta^2 \gamma}, \quad (2)$$

$$\sigma_0 = 1,106 \sqrt[5]{\frac{h}{16 \delta^4}}, \quad (3)$$

$$t = 2,7278 \cdot r \cdot \sqrt[3]{\frac{4 \delta^2 \gamma^2}{g \cdot 10^3 \sqrt{h}}}. \quad (4)$$

In den Relationen bedeuten:

$a_{(cm)}$ den Halbmesser der Berührungskreisfläche,
 $r_{(cm)}$ den Kugelhalbmesser,
 $h_{(cm)}$ die Fallhöhe der Kugel,
 $t_{(s)}$ die Stoßzeit, das ist die Dauer des Stoßvorganges,

Table 1. *Einfluß der elastischen Konstanten auf die theoretischen Werte von Stoßzeit, Berührungskreisdurchmesser, Werkstoffanstrengung und Stoßkraft*

Konstante				Ergebnisse							
r cm	γ kp/cm ²	m	E kp/cm ²	$t \cdot 10^{-4}$ s	%	$2a$ cm	%	P kp	%	σ kp/cm ²	%
11,0	0,00786	$\frac{10}{3}$	2100000	9,024		0,7729		8071		25800	
11,0	0,00786	4	2050000	9,222	+ 2,14	0,7812	+ 1,06	7898	- 4,26	24700	- 2,14
11,0	0,00786	3,85	2048000	9,205	+ 1,94	0,7806	+ 0,98	7931	- 3,87	24800	- 1,85

(kp) die Kraft bzw. Stoßkraft,
(kp/cm²) die größte Spannung in der Stoßstelle,
(kp/cm²) das spezifische Gewicht der Stoßpartner,
(cm³/kp) die Elastizitätskoeffizienten der Stoßpartner
$$\left(\delta = \frac{4(m^2 - 1)}{m^2 E}\right),$$

(m/s²) die Erdbeschleunigung,
(kp/cm²) den Elastizitätsmodul,
 $= 1/\gamma$ die reziproke Poissonsche Konstante.

Es können gemessen werden: die Größe des Berührungskreisdurchmessers, der sich zwischen Kugel und Platte beim Stoß ausbildet und die Dauer der Berührung. Aus dem Berührungskreisdurchmesser selbst kann die Stoßkraft errechnet werden. Gelingt jetzt noch, die Veränderung des Berührungskreisdurchmessers während des Stoßes zu erfassen, so ist damit wegen $P=f(2a)$ auch Stoßkraft als Funktion der Zeit bekannt [1] bis [4].

2.2 Versuchsbedingungen und Versuchsgrundlagen

Die gleichzeitige Messung der Stoßzeit und der Veränderung des Berührungskreisdurchmessers beim Stoß von Kugel und Platte ist mit Hilfe der Schmalzeitlupe von Zeiss Ikon möglich. Auf die Beschreibung ihres Aufbaues und ihrer Wirkungsweise kann verzichtet werden, es sei hier auf das Schrifttum verwiesen [5] bis [8]. Die höchste Bildfrequenz des verwendeten Gerätes beträgt 6000 Bilder in der Sekunde, dabei werden 30 m Schmalfilm belichtet. Die Aufnahmezeitlupe beträgt 2 Sekunden. Dann bestimmt die Bildfrequenz die Eingrenzung des Stoßvorganges hinsichtlich seiner Dauer und der dabei auftretenden Beanspruchungen der Werkstoffe, er muß in mindestens sechs Einzelaufnahmen unterteilt erhalten werden. Nach der Relation (4) errechnet sich daraus ein Kugeldurchmesser von etwa 200 bis 250 mm. Mit Rücksicht auf die Werkstoffanstrengungen an der Stoßstelle ergab sich dann eine Beschränkung der größten zulässigen Fallhöhe auf etwa 1 cm. Der Kugeldurchmesser bzw. die Kugelmasse ist wiederum maßgebend für die Masse bzw. die Abmessungen der Platte. Letztere ist möglichst groß zu wählen.

Im besonderen wurde eine Kugel von 220 mm Durchmesser¹ verwendet. Sie bestand aus Kugellagerstahl und war gehärtet. Als Platte wurde ein kreiszylindrischer Stahlblock von etwa 350 mm Durchmesser bei etwa 1500 mm Höhe verwendet. An den Auflagestellen war er gehärtet und sorgfältig geschliffen und geläpft.

¹ Die Kugel wurde dem Verfasser von den Vereinigten Kugellagerfabriken Schweinfurt zur Verfügung gestellt, wofür ich auch an dieser Stelle der genannten Firma meinen besten Dank sage.

Es genügt nicht, die Werte für den E -Modul und die Poissonsche Konstante anzunehmen, vielmehr sind hierfür die wirklich gemessenen Werte einzusetzen. Bei früheren Untersuchungen waren E -Modul-Werte von 2060000 kp/cm² und 2048000 kp/cm² gemessen worden, die auch für die vorliegenden Untersuchungen Gültigkeit besitzen. Für die Poissonsche Konstante, deren Einfluß von geringerer Bedeutung ist, wurde

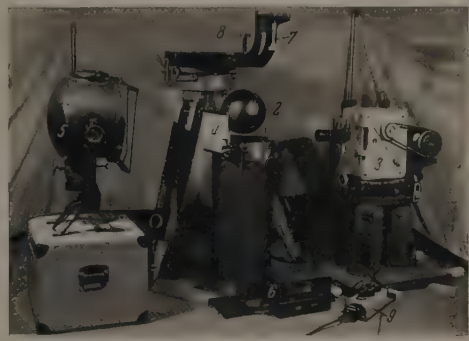


Abb. 1. Versuchsaufbau. 1 Stahlblock als Platte, 2 Kugel, 3 Zeitlupe, 4 Mattscheibe, 5 Scheinwerfer, 6 Zeitmarkengeber, 7 Fallvorrichtung, 8 Stellvorrichtung für die Fallhöheeneinstellung, 9 Schalter für Zeitmarkengeber und Zeitlupe

nach den Untersuchungen von BERNDT [9] der Wert 3,85 zugrunde gelegt, wie er ihn an einem Versuchswerkstoff gefunden hat, der dem hier verwendeten sehr ähnlich ist².

Um übersehen zu können, welchen Einfluß die Werte der elastischen Konstanten auf die theoretischen Werte von Stoßzeit, Berührungskreisdurchmesser, Druckspannung in der Berührungsstelle und die Stoßkraft haben, wurden in der Tabelle 1 einmal die Ergebnisse, die sich unter Zugrundelegung von $m=4$ und $m=3,85$, $E=2048000$ kp/cm² und $E=2050000$ kp/cm² im Vergleich zu den Ergebnissen mit $m=10/3$ und $E=2100000$ kp/cm² gesetzt. Es zeigt sich, daß die Abweichung der ersten Werte gegenüber den letzteren zwischen ± 1 bis 4 % liegen können, daß sie aber bei Werten, wie sie für die Versuchswerkstoffe einzusetzen sind, zum Teil weit unter ± 1 % liegen. Es ist von Bedeutung zu wissen, daß bei Werkstoffen wie sie hier verwendet wurden, mit dem bequemeren Wert $m=4$ gerechnet werden kann.

2.3 Die Versuchseinrichtung

Der Aufbau der Versuchseinrichtung ist in Abb. 1 wiedergegeben. Der als Platte dienende Stahlblock 1 steht statt auf dem für erschütterungsfreie Messungen vorgesehene Betonklotz des Laboratoriumsfußbodens

² In diesem Zusammenhang sei auch auf die Untersuchungen über die Poissonsche Konstante, die PLANK [10] an Stahl durchgeführt hat, hingewiesen.

auf. Der Betonklotz besaß eine sehr gute und glatte Oberfläche, so daß der Stahlblock, der auf der unteren Fläche geschichtet war, die bestmögliche Standfestigkeit erhielt. Bei den sehr geringen Fallhöhen konnte mit Sicherheit angenommen werden, daß der Stahlblock beim Stoß der Kugel erschütterungsfrei blieb. Ganz besondere Sorgfalt mußte der Aufstellung und Einrichtung der Zeitlupe 3 gewidmet werden. Dabei wurde nicht die Kugel 2 beleuchtet, sondern eine Einrichtung geschaffen, bei der die Kugel und damit die Berührungsstelle als Silhouette abgebildet wurden. Dies gelang dadurch, daß hinter die Kugel in Aufnahme-richtung der Zeitlupe gesehen, eine Mattscheibe 4 angeordnet wurde, die von einem lichtstarken Scheinwerfer 5 angestrahlt wurde. Dadurch war auch eine ausreichende Belichtung der Filme gesichert. Selbst-

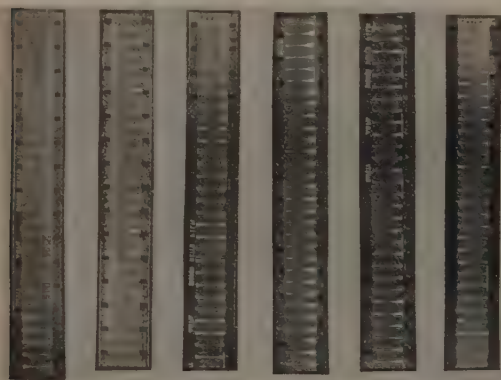


Abb. 2. Aufnahmen von Stoßvorgängen für die Fallhöhen 0,1 bis 0,5 cm

verständlich wurde nicht die ganze Kugel aufgenommen, sondern nur der für die Messungen wichtige Ausschnitt an der Berührungsstelle. Gewisse Schwierigkeiten ergaben sich für die genaue und scharfe Einstellung der Zeitlupe infolge der spiegelnden Flächen von Kugel und Platte. Es erwies sich als zweckmäßig dieselben matt schwarz zu halten. Mit 6 ist der Zeitmarkengeber bezeichnet. Er besteht im wesentlichen aus einer röhrengesteuerten Stimmgabel. Die Markierungen erfolgen daher mit hoher Genauigkeit, ihr Fehler ist gering, und liegt weit unter der bei den vorliegenden Messungen vorkommenden Meßgenauigkeit. Die Fallvorrichtung 7 besteht aus einem Stativ, an dem eine besondere Einrichtung 8 zur Feineinstellung der Fallhöhe der Kugel vorgesehen ist. Die Kugel hängt in einem einfachen Käfig aus dünnem Draht, der in dem Augenblick, in die sie fallen soll, durchschnitten wird. Bei dem großen Gewicht der Kugel und den geringen Fallhöhen besteht keine Gefahr, daß Pendelungen und Verschiebungen infolge des Durchschneidens auftreten würden, wie denn auch tatsächlich nur bei einem Versuch eine geringe Verschiebung beobachtet wurde, d.h. die Kugel nicht auf die genau vorbezeichnete Stelle viel. Die Fallhöhen werden durch Einschieben von Endmaßen zwischen Kugel und Platte gemessen. Die genaue Höheneinstellung ist leicht durch Verdrehen der Einstellspindel möglich, die Punktberührung von Platte—Endmaß—Kugel genau ablesbar, wenn die Mattscheibe schwach angeleuchtet wird und man dagegen blickend die Einstellung durchführt.

Schließlich ist noch mit 9 der Schalter für den Markengeber und die Zeitlupe bezeichnet; er kann in die Hand genommen werden, wodurch sich das Schalten, das wegen der kurzen zur Messung verfügbaren Zeit von 2 Sekunden auf Kommando erfolgen muß, besonders bequem bewerkstelligen läßt.

2.4 Versuchsergebnisse

Für die Versuche standen 14 Filme zur Verfügung. Es wurden je zwei Aufnahmen aus den Fallhöhen 0,1, 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 1,0; 1,5 cm gemacht. In Abb. 2 und 3 sind die Aufnahmen von einigen Stoßvorgängen wiedergegeben. Die Bilder sind so entstanden, daß von jedem Stoßvorgang Abzüge angefertigt wurden, die einheitlich ausgerichtet und dann reproduziert

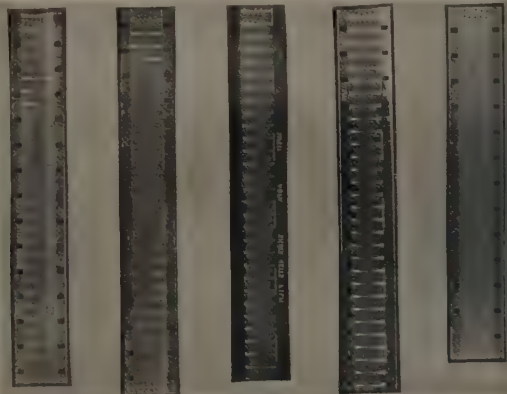


Abb. 3. Aufnahmen von Stoßvorgängen für die Fallhöhen von 0,5 bis 1 cm

wurden. Wie zu ersehen, ist es gelungen, den Stoßvorgang in 6 bis 8 Einzelbilder aufzuteilen. Dies ist ausreichend um mit genügender Meßgenauigkeit den Stoßvorgang zu erfassen.

2.41 Berührungskreisdurchmesser und Stoßzeit

Die Auswertung der Aufnahmen erfolgt unmittelbar am Filmstreifen. Der Berührungskreisdurchmesser

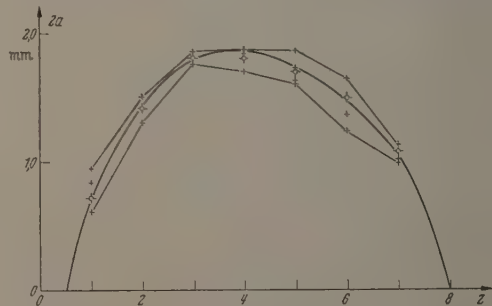
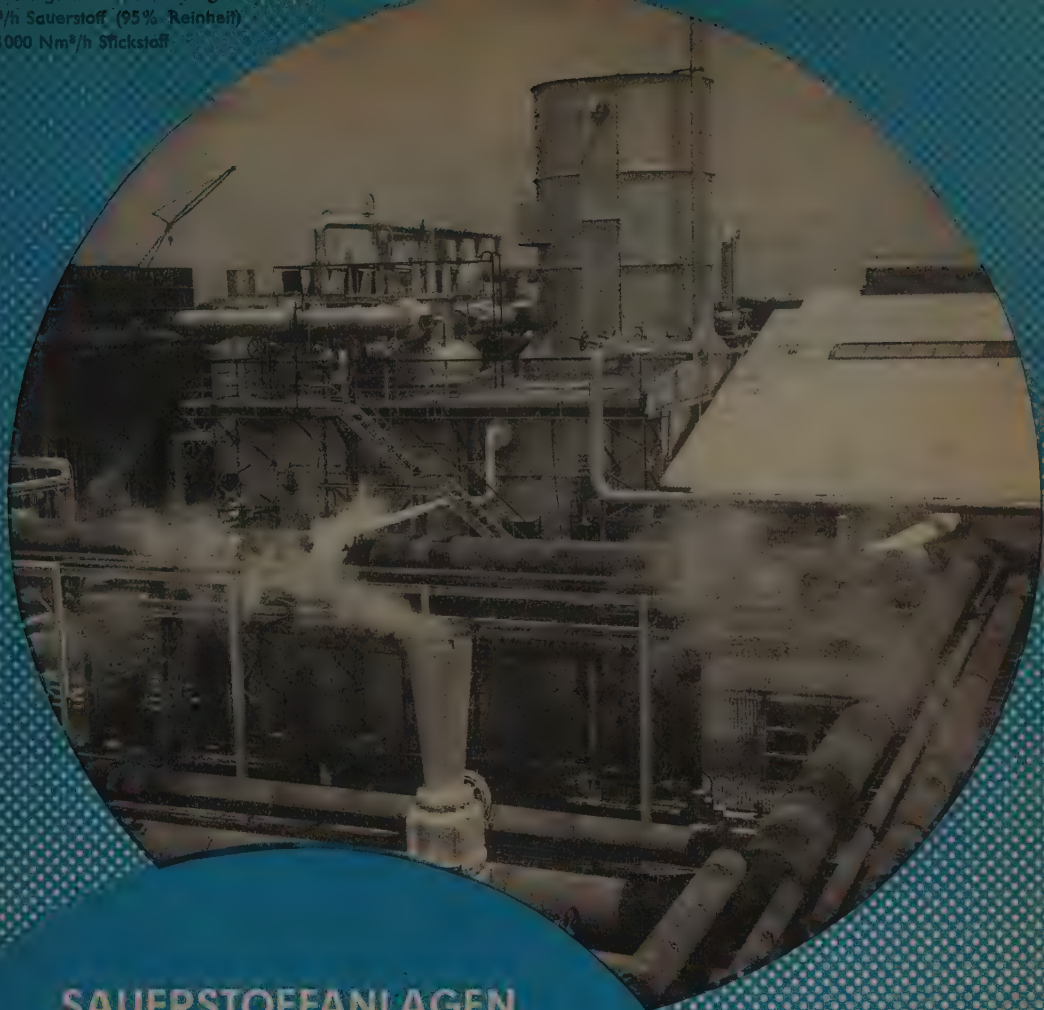


Abb. 4. $2a = f(z)$ $h = 0,2$ cm

wird durch Ausmessen der Unterbrechungsstrecke unter dem Meßmikroskop erhalten. Das Ausmessen geschieht mehrere Male. Dabei ist keine zu hohe Vergrößerung zu wählen, da sonst das Filmkorn zu stark aufgelöst wird.

In Abb. 4 und 5 sind zwei Beispiele der Auswertung von Filmstreifen wiedergegeben. Über die Anzahl

n 10000 Nm³/h Sauerstoff (95% Reinheit)
und 18000 Nm³/h Stickstoff



SAUERSTOFFANLAGEN

NACH SYSTEM LINDE-FRANKL

ALLEIN-BEDIENUNGS- UND AUTOMATEN-ANLAGEN FÜR METALLURGISCHES ERZEUGNISSE
UND FÜR HOCHREINER Sauerstoff, Stickstoff, Edelgasfraktionen

AN HOCHOFENWERKE, THOMAS-STAHLWERKE,
SM-STAHLWERKE, GASZERLEGUNG

SAUERSTOFF

FLÜSSIGKEIT UND GAS

FLÜSSIGE LUFT, AZETYLEN, WASSERSTOFF, STICKSTOFF,
PRESSLUFT, ARGON, SCHWEISS-ARGON, KÜHLGAS,
KARBID-STAHLPFLASCHEN

SCHWEISSANLAGEN

SCHWEISSANLAGEN MIT VERDECKTEM
LICHTBOGEN

ELTRA-SCHWEISSKOPFE UNIONMET, SCHWEISSKOPF

SCHWEISSANLAGEN UNTER ARGONSCHUTZ

ARGONARC-ANLAGEN, SIGMA-ANLAGEN

AUTOGEN-ANLAGEN UND GERÄTE

PULVERBREMSSCHNEIDER, PULVERSTÜCKER

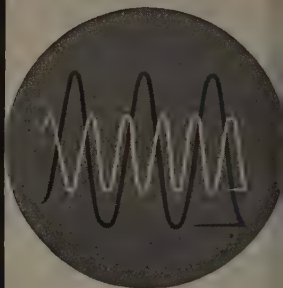
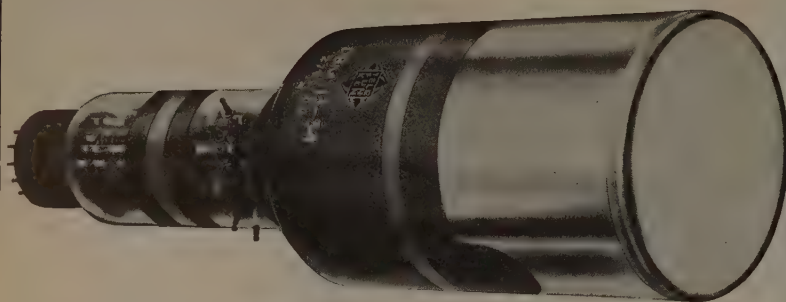
FLUGENHÖRER, SAUERSTOFFHÖRER

FLUSS-SCHWEISS-MASCHINEN

LINDEFLOW-GERÄTE

Linde

GESELLSCHAFT FÜR
LINDE'S EISMASCHINEN
AKTIENGESELLSCHAFT
HÖLLRIEGELSKREUTH
BEI MÜNCHEN



TELEFUNKEN-Spezial-Röhren für die physikalische Forschung



Zur Aufnahme sehr schnell verlaufender Vorgänge
für Nachbeschleunigungsspannungen bis 22 kV

Elektrometer-Röhren · Kathodenstrahl-Röhren · Germaniumdioden · Transistoren

TELEFUNKEN

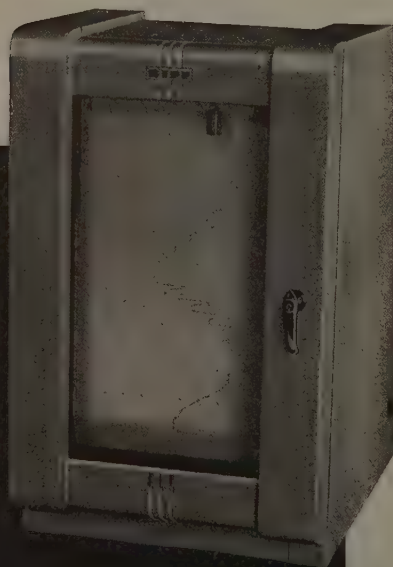
Röhren-Vertrieb · Ulm/Donau · Söflinger Straße 100

KIPP
DELFT-HOLLAND

M I C R O G R A P H

REGISTRIERENDES MIKROVOLTMETER

- Empfindlichkeit: 50 Mikrovolt geben einen Vollausschlag von 25 cm
- Einstellzeit: Vollausschlag innerhalb von 1 Sek.
- Linearität: Fehler $< 1\%$
- Papiervorschub: 1800, 450 und 120 mm/Stunde



KIPP & ZONEN · KÖLN · EBERTPLATZ 19

er „Berührungsbilder“ als Abszissen sind die Berührungskreisdurchmesser $2a$ in Millimeter als Ordinaten aufgetragen. Dabei sind die jeweiligen Meßwerte als Kreuze eingetragen und die Größt- und Kleinstwerte durch Geraden miteinander verbunden, um das Streubild zu kennzeichnen. Die Mittelwerte sind als Kurve eingezeichnet.

Der größte Berührungskreisdurchmesser wird übrigens noch auf ganz andere Weise erhalten und kann so zur Kontrolle des Vergrößerungsmaßstabes herangezogen werden. Wird nämlich die Platte hauchdünn

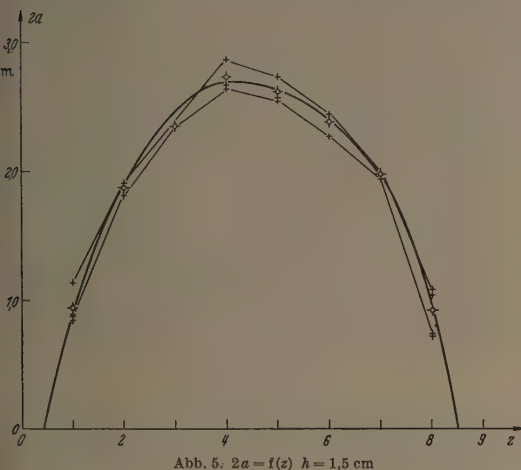


Abb. 5. $2a = f(h)$ $h = 1,5$ cm

angerußt, so wird nach dem Stoß die Berührungskreisfläche als von Ruß freie Fläche erhalten, deren Durchmesser ebenfalls unter dem Meßmikroskop ausgelesen werden kann.

In Tabelle 2 sind die größten Berührungskreisdurchmesser in Abhängigkeit von der Fallhöhe enthalten. Wie daraus hervorgeht, beträgt die Abweichung der Mittelwerte der Versuchswerte von den nach der Theorie errechneten mit einer Ausnahme weniger als $\pm 1\%$ und dies auch bei Fallhöhen, bei denen die Elastizitätsgrenze, ja sogar die Fließgrenze des Plattenwerkstoffs, überschritten werden.

Die Stoßzeit ergibt sich aus der Zahl der Bilder, die den Stoßvorgang enthalten („Berührungsbilder“) unter Berücksichtigung des Zeitmaßstabes (Zeitmarken).

Die Ergebnisse der Stoßzeitmessungen sind in Abb. 6 enthalten. In doppelt logarithmischen Koordinaten sind über den Fallhöhen als Abszissen die Stoßzeiten als Ordinaten aufgetragen. Die errechneten Werte und die Versuchswerte liegen auf den Geraden 1 und 2. Die Versuchswerte folgen also auch einem Potenzgesetz, wenn auch mit einem gegenüber den nach der Theorie errechneten Werten verschiedenen Exponenten. Dies hängt, wie schon frühere Untersuchungen [4], [8], [1] zeigten, stark von der Werkstoffanregung an der Berührungsstelle ab.

Die Abweichung der errechneten Werte von den Versuchswerten, die im Mittel etwa -30% beträgt, ist nicht durch die Meßungenauigkeit bedingt, wie sie auch nicht durch Abweichungen der in die Rechnung einzusetzenden elastischen Konstanten erklärbar ist. Das wurde schon an anderer Stelle auseinandergesetzt.

Die Abweichung dürfte darauf zurückzuführen sein, daß schon bei den kleinsten Fallhöhen die Elastizitätsgrenze überschritten wird. Darauf weist auch der Wert für die Stoßzeit bei der Fallhöhe von $1,5$ cm hin. Es wurde festgestellt, daß bei diesem Versuch schon ein kleiner bleibender Eindruck entstanden war und somit die Fließgrenze überschritten wurde.

Die Meßungenauigkeit, mit der die Stoßzeit ermittelt werden kann, hängt zunächst von der Genauigkeit ab, mit der die Extrapolation der Berührungskreiskurven über der Bildanzahl durchgeführt wird. Im ungünstigsten Fall wird dieser Fehler etwa $\pm 2,5\%$ betragen. Die Streuung der Meßwerte der Stoßzeit beträgt, bezogen auf den Mittelwert, etwa $\pm 2,2\%$, so daß die Meßungenauigkeit ± 5 bis 6% beträgt. In Anbetracht der Schwierigkeit der gestellten Aufgabe ist dies durchaus befriedigend.

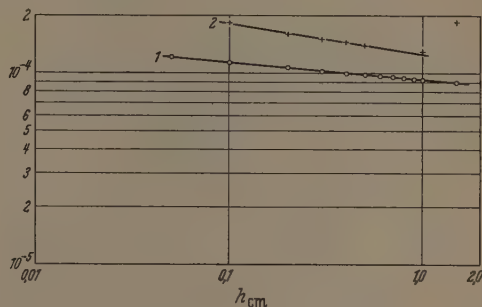


Abb. 6. Stoßzeit in Abhängigkeit von der Fallhöhe. $r = 11$ cm

Tabelle 2. Berührungskreisdurchmesser $2a$ in Abhängigkeit von der Fallhöhe

Fallhöhe h mm	Berührungskreisdurchmesser $2a$ mm				
	errechnete Werte	Versuchswerte			
		1	2	3	Mittel
0,5	4,286	4,293	4,198	4,217	4,236
1	4,296	4,892	4,910	4,973	4,927
2	5,656	5,701	5,650	5,732	5,694
3	6,134	6,103	6,142	6,172	6,139
4	6,498	6,444	6,530	6,502	6,492
5	6,746	6,743	6,801	6,734	6,759
6	7,046	7,002	7,049	6,989	7,013
7	7,268	7,277	7,301	7,312	7,296
8	7,458	7,410	7,459	7,501	7,456
9	7,642	7,664	7,602	7,599	7,632
10	7,806	7,794	7,835	7,837	7,822
15	8,464	8,479	8,443	8,415	8,446

Fallhöhe h mm	Abweichung der Größt- und Kleinstwerte vom Mittelwert				Abweichung der errechneten Werte von den Versuchswerten	
	mm	+	mm	-	mm	%
0,5	+57	+1,34	-19	-0,45	+50	+1,18
1	+46	+0,93	-35	-0,71	-1	-0,02
2	+38	+0,67	-44	-0,77	-38	-0,67
3	+43	+0,70	-36	-0,59	-6	-0,09
4	+58	+0,89	-48	-0,74	+4	+0,06
5	+42	+0,62	-25	-0,37	-13	-0,19
6	+36	+0,51	-24	-0,34	+33	+0,47
7	+16	+0,22	-19	-0,26	-10	-0,13
8	+54	+0,72	-46	-0,62	+2	+0,03
9	+32	+0,42	-33	-0,43	+10	+0,13
10	+15	+0,19	-28	-0,35	-16	-0,20
15	+33	+0,39	-31	-0,37	+18	+0,21

2.42 Der Kraftverlauf beim Stoß

Die experimentelle Bestätigung, daß der Berührungskreisdurchmesser sowohl beim statischen Versuch, als auch beim Stoß unabhängig von der Stoßzeit die Hertzsche Beziehung über $P=f(2a)$ erfüllt [4],

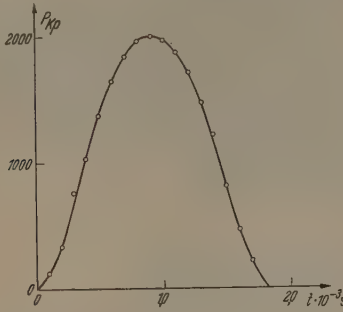


Abb. 7. Stoßkraftverlauf über der Stoßzeit. $h = 0,1$ cm

[11], berechtigt erst dazu, den Verlauf der Stoßkraft aus der Veränderung des Berührungskreisdurchmessers während des Stoßes zu bestimmen.

Tabelle 3. Größtwerte der Stoßkraft

h cm	Errechnete Werte		Versuchswerte	
	P kp	$t/2 \cdot 10^{-4}$ s	P kp	Maximum bei $t' \cdot 10^{-4}$ s
0,1	1988	5,80	1998	9,00
0,2	3013	5,41	3049	7,40
0,3	3842	5,19	3739	7,40
0,4	4566	5,05	4527	6,30
0,5	5148	4,95	5185	6,40
1,0	7930	4,61	7956	6,20
1,5	10090	4,42	10218	9,00

Die Auswertung der Meßergebnisse zur Ermittlung des Kraftverlaufs ist in Abb. 7 wiedergegeben. Hierin ist über der Stoßzeit als Abszisse die Stoßkraft als

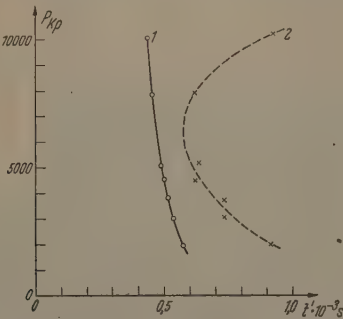


Abb. 8. Größtwerte der Stoßkraft in Abhängigkeit von der Stoßzeit. 1 Nach der Hertzschen Theorie ermittelt; 2 aus dem Versuch gewonnen

Ordinate aufgetragen. Sie stimmt in ihrer Charakteristik gut mit denen an anderer Stelle gefundenen überein [12], [13].

Die weiteren Meßergebnisse sind aus Tabelle 3 zu ersehen. Sie enthält die zu den jeweiligen Fallhöhen rechnerisch ermittelten Stoßkräfte, die ebenso gefundenen (halben) Stoßzeiten, ferner die aus den Versuchen sich ergebende Stoßzeit über der die Höchst-

werte der Stoßkräfte liegen. Die Auswertung von Tabelle 3 zeigt Abb. 8, wo über den Stoßzeiten als Abszissen die Größtwerte der Stoßkräfte als Ordinate aufgetragen sind. Mit 1 ist die Kurve der errechneten Größtwerte angegeben, 2 ist die Kurve der Größtwerte aus dem Versuch. Die beiden Kurven zeigen keine Übereinstimmung. Dies liegt wie oben gesagt daran daß schon bei Fallhöhen bis 0,5 cm vermutlich die Elastizitätsgrenze der Werkstoffe überschritten wird. Beachtenswert ist jedoch, daß die Versuchswertkurve bei Fallhöhen, bei welchen die Fließgrenze überschritten wird, wieder nach der Richtung der größeren Stoßdauer also in Richtung der Abszisse abbiegt, und daher einen ausgezeichneten Punkt aufweist. Vielleicht ist das Maximum der Krümmung gegen die Ordinate durch eine Fallhöhe bestimmt, bei der Werkstoffanstregungen in der Platte auftreten, die der dynamischen Fließgrenze des Werkstoffes entsprechen. Diese Frage wird jedoch noch weiterer Untersuchungen bedürfen. Es ist verfrüht, Gesetzmäßigkeiten anzugeben zu wollen.

In der letzten Spalte von Tabelle 3 sind noch zur Kontrolle die Größtwerte der Stoßkraft, die unmittelbar aus dem Berührungskreisdurchmesser ermittelt wurden, angegeben. Die Abweichungen der Meßwerte gegenüber den errechneten liegen bei $\pm 1,0\%$.

Zusammenfassung

Mit Hilfe der Schmalfilmzeitlupe von Zeiss Ikon wurde der Kraftverlauf beim Stoß einer Kugel gegen eine ebene Platte untersucht. Die gemessenen Stoßkräfte stimmen mit den Werten der Hertzschen Theorie auch dann noch überein, wenn die Voraussetzungen derselben (Elastizität) nicht mehr ganz erfüllt sind; die Stoßzeiten werden größer gemessen als sie sich nach der Theorie errechnen lassen. Die über der Stoßzeit aufgetragenen Stoßkraftkurven verlaufen nicht symmetrisch, vielmehr sind die Größtwerte der Stoßkraft etwas nach den Ordinaten hin verschoben, was darauf zurückgeführt wird, daß bei den Versuchen die Elastizitätsgrenze überschritten wurde. Das Überschreiten einer vermuteten dynamischen Fließgrenze zeigt die Umkehr der Kurve der Versuchswerte der Stoßkraftgrößtwerte. Die Meßgenauigkeit des Verfahrens ist mit $\pm 10 \dots 12\%$ anzugeben, die beim Stoß auftretende größte Kraft kann etwa auf $\pm 1,0\%$ genau bestimmt werden.

Literatur: [1] PÖSCHL, TH.: Der Stoß. In Handbuch der Physik, Bd. VI, Kap. 7, herausgeg. v. H. GEIGER u. K. SCHEER, S. 501/65. Berlin 1928, daselbst umfassende Schrifttumangaben. — [2] BERGER, FR.: Das Gesetz des Kraftverlaufs beim Stoß. Braunschweig: F. Vieweg & Sohn 1924. — [3] STRIBECK, G.: Mitt. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. 2, 1 (1901). — [4] MINTROP, H.: Forsch. Ing.-Wes. 12, 127 (1941). — [5] Zeiss Ikon AG.: Schmalfilmzeitlupe. Druckschrift Jn 872a. — [6] JOACHIM, P.: Umschau 6, 246 (1942). — [7] CRANZ, C.: Lehrbuch der Ballistik, Bd. III, Experimentelle Ballistik, S. 192–93. Berlin: Springer 1927. — [8] MINTROP, H.: Meßtechnik 9, 149 (1942). — [9] BERNDT, G.: Z. Instrumentenkd. 50, 691 (1930). — [10] PLANK, R.: Mitt. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. 183, 47 (1913). — [11] MINTROP, H.: Forschung 13, 149 (1942). — [12] TIMOSCHENKO, STR.: Schwingungsprobleme der Technik, S. 310–312. Berlin: Springer 1932. — [13] KARAS, K.: Ing.-Arch. 10, 237 (1939), insbesondere S. 244, Abb. 3.

Prof. Dr. H. MINTROP,
Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Braunschweig

Über die elektrische Leitfähigkeit von Blei II-Oxyd mit Zusätzen von Chromoxyd

Von HORST GRUNEWALD und WERNER NEUMANN

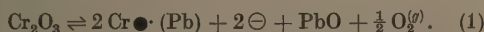
Mit 1 Textabbildung

(Eingegangen am 24. Juni 1957)

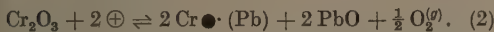
Einleitung und Problemstellung

Ziel der vorliegenden Arbeit war, in Analogie zu den an anderen Metalloxyden angestellten Untersuchungen [1] bis [4] durch Messung der Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit vom Zusatz an anderswertigen Kationen den Stromleitungsmechanismus im Blei II-Oxyd aufzuklären. Die Messungen wurden zunächst mit höherwertigen gitterfremden Kationen, und zwar mit Cr^{+++} -Ionen in Form von Cr_2O_3 durchgeführt. Unter der Annahme einer reinen Elektronenleitung (Defektelektroden oder quasi-freie Elektronen) ergeben sich für den Einbau des Cr_2O_3 in das PbO -Gitter aus der Wagner-Hauffeschen Fehlordnungstheorie [5] die folgenden Gleichungen:

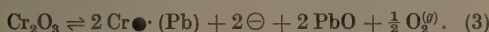
Für den Fall, daß PbO ein Elektronenüberschuleiter ist:



Für den Fall, daß PbO ein Elektronendefektleiter ist:



Für den Fall, daß PbO ein Gittereigenhalbleiter ist:



In allen diesen Fällen muß also eine Beeinflussung der elektrischen Leitfähigkeit des PbO durch ins Gitter eingebaute Cr^{+++} -Ionen auftreten und zwar im Falle des Elektronenüberschuleiters, analog zum Zinkoxyd [6], und im Falle des Gittereigenhalbleiters, analog zum Kupferoxyd [1], eine Leitfähigkeitszunahme mit steigendem Cr_2O_3 -Gehalt, und im Falle des Elektronendefektleiters, analog zum Nickeloxyd [7], eine Leitfähigkeitsabnahme mit steigender Cr^{+++} -Ionen-Konzentration.

Herstellung der Proben und Durchführung der Messungen

Als Ausgangsmaterial wurde Bleioxyd DAB 6 und Chromoxyd p.a. verwendet. Das reine Bleioxyd bzw. die im Mörser innig vermischten $\text{PbO}/\text{Cr}_2\text{O}_3$ -Mischungen wurden in einer Handspindelpresse zu Tabletten von 12 mm Durchmesser und etwa 3 mm Höhe verpreßt. Der Preßdruck wurde subjektiv bei allen Pastillen in etwa der gleichen Größe gewählt. Anschließend wurden die Pastillen bei einer Temperatur von 600°C 4,5 Std lang in Luft von Atmosphärendruck gesintert. Sie erhielten dabei eine für die weitere Verwendung ausreichende Festigkeit. Bermerkenswert ist, daß die Härte der Tabletten mit steigendem Chromoxydgehalt etwas zunimmt. Die Anwendung einer Schutzgasatmosphäre beim Sintern erschien nicht notwendig, da nach HOLLEMAN-VIBERG [9] eine Autoxydation des PbO zu Pb_2O_3 , die bei etwa 500°C einsetzt, bei Temperaturen über 500°C durch eine Zersetzung des Pb_2O_3 unter Abgabe von Sauerstoff wieder rückgängig gemacht wird.

Die Stirnflächen der Pastillen wurden dann plan geschliffen und mit Silber kontaktiert. Die Messung erfolgte in Luft von Atmosphärendruck in kleinen Kammeröfen zwischen Platinkontakten. Die Leitfähigkeitsbestimmung erfolgte über eine Widerstandsmessung mit Gleichstrom. Von jeder Zusammensetzung wurden wenigstens drei Proben gemessen. Die elektrischen Leitfähigkeiten der einzelnen Proben gleicher Zusammensetzung stimmten dabei sehr gut miteinander überein.

Meßergebnisse und Auswertung

Die an den $\text{PbO}/\text{Cr}_2\text{O}_3$ -Mischoxyden mit einem Cr_2O_3 -Gehalt zwischen 0 und 2,0 Mol-% im Temperaturbereich zwischen 200°C und 500°C erhaltenen Meßergebnisse sind in Abb. 1 dargestellt. Wie man aus der Abb. 1 erkennt, ist im gesamten untersuchten Temperaturgebiet die elektrische Leitfähigkeit praktisch unabhängig von der Höhe des Cr_2O_3 -Zusatzes, wenn man von der im Falle der oxydischen Halbleiter vernachlässigbaren Schwankung um maximal den Faktor 2 absieht. Es liegen also offenbar ähnliche Verhältnisse vor, wie sie von GRUNEWALD bereits am TiO_2 [2] mit niedrigerwertigen Zusätzen (NiO , Al_2O_3 , Ga_2O_3) gefunden worden sind. Die auf Grund der Wagner-Hauffeschen Fehlordnungstheorie gemäß den Gln. (1) bis (3) zu erwartende Änderung der elektrischen Leitfähigkeit, die nach den an anderen Mischoxydsystemen gesammelten Erfahrungen [8] eine größere Zahl von Zehnerpotenzen betragen müßte, bleibt nach dem experimentellen Befund bei dem System $\text{PbO}/\text{Cr}_2\text{O}_3$ aus.

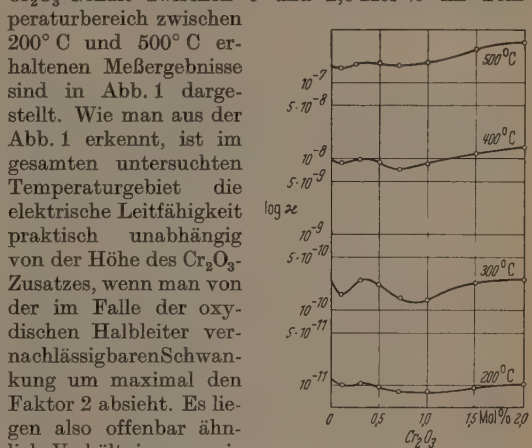
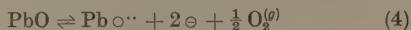


Abb. 1. Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit der Mischphase $\text{PbO}/\text{Cr}_2\text{O}_3$ vom Gehalt an Cr_2O_3

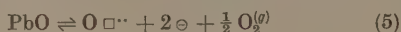
Eine genaue Deutung des in der Abb. 1 dargestellten experimentellen Ergebnisses ist heute noch nicht möglich. Es kann einmal angenommen werden, daß das Chrom wegen seines stark vom Blei abweichenden Ionenradius ($\text{Cr}^{+++} = 0,65 \text{ \AA}$; $\text{Pb}^{++} = 1,32 \text{ \AA}$) nicht substitutionell in das PbO -Gitter unter Bildung von $\text{Cr} \bullet (\text{Pb})$ -Störstellen eingebaut wird, sondern daß sich einfach ein mechanisches Gemenge von PbO und Cr_2O_3 ergibt. Diese Annahme erscheint wenig plausibel, da auch bei geringer Löslichkeit des Cr_2O_3 im PbO -Gitter wenigstens bei den geringeren Zusätzen eine deutliche Leitfähigkeitsveränderung zu erwarten wäre.

Aussichtsreicher erscheint uns daher die Annahme, daß die Erzeugung von Substitutionsstörstellen vom Typus $\text{Cr}^\bullet (\text{Pb})$ im PbO -Gitter zu einer Änderung der durch Eigenfehlordnung im PbO -Gitter hervorgerufenen Ionen- und Elektronenfehlordnungen führt.

Nimmt man beispielsweise an, daß das reine PbO ein Elektronenüberschußleiter ist, so kann also eine Eigenfehlordnung entweder durch Einbau von überschüssigen Pb^{++} -Ionen auf Zwischengitterplätzen gemäß



oder aber durch Ausbildung von Sauerstoffionenleerstellen gemäß



vorliegen.

Nehmen wir zunächst den Eigenfehlordnungsmechanismus nach Gl. (5) an, und bauen wir gemäß Gl. (1) Cr^{+++} -Ionen in das PbO -Gitter ein, so ist denkbar, daß durch die in Gl. (1) auftretenden $\frac{1}{2} \text{O}_2^{(g)}$ eine entsprechende Zahl Sauerstoffionenleerstellen im Grundgitter gemäß



besetzt werden, wobei gleichzeitig pro Sauerstoffionenleerstelle zwei quasi-freie Elektronen vernichtet werden. Unter der Voraussetzung des Auftretens einer Rekombination gemäß Gl. (6) würde sich als Bruttoreaktionsgleichung für den Einbau von Cr_2O_3 in PbO schließlich



ergeben. Mit dieser Gleichung könnte die Unabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit des Blei II-Oxyds vom Chromoxydgehalt verstanden werden.

Legt man als Eigenfehlordnung des PbO Gl. (4) zugrunde, so läßt sich die Konstanz der Leitfähigkeit bei wechselndem Chromoxydgehalt deuten durch eine entsprechende Verringerung der Konzentration der Bleiionen auf Zwischengitterplätzen gemäß



so daß sich jetzt als Bruttoreaktionsgleichung



ergibt.

Analoge Betrachtungen lassen sich für den Fall anstellen, daß man das reine Bleioxyd als Elektronendefektleiter annimmt, wo es dann also eine Eigenfehlordnung gemäß



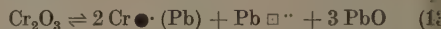
oder



aufweisen könnte. Es würden sich dann als Bruttoreaktionsgleichungen



bzw.



ergeben.

Aufschluß über die im Blei II-Oxyd tatsächlich vorliegenden Fehlordnungserscheinungen können nur weitere Messungen bringen, z.B. Verwendung von solchen höherwertigen gitterfremden Kationen als Zusatz, deren Ionenradius keinen so großen Unterschied von dem des Bleiions aufweist wie der des Chromions, Untersuchung des Einflusses niederwertiger Kationen auf die Leitfähigkeit, Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit vom Sauerstoffpartialdruck und eventuell auch vom Chlorpartialdruck. Wünschenswert wären fernerhin Überführungsmessungen, Thermokraftmessungen sowie röntgenographische Untersuchungen.

Zusammenfassung

Die Arbeit behandelt die Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit von gesintertem Blei II-Oxyd vom Gehalt an Chromoxyd. Der Chromoxydgehalt variierte dabei zwischen 0 und 2,0 Mol-%. Hierbei wird gefunden, daß ein Zusatz von bis zu 2,0 Mol-% Cr_2O_3 zum PbO praktisch keine Veränderung der elektrischen Leitfähigkeit gegenüber der des reinen PbO hervorruft.

Auf Grund der Unabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit des PbO vom Cr_2O_3 -Gehalt im Temperaturbereich zwischen 200 und 500° C ist mit Sicherheit anzunehmen, daß hier ein anderer Fehlordnungsmechanismus vorliegt als die ausschließliche Ausbildung von Substitutionsstörstellen im Kationenteilgitter und einer äquivalenten Zahl von Elektronenstörstellen.

Literatur: [1] HAUFFE, K., u. H. GRUNEWALD: Z. phys. Chem. 198, 248 (1951). — [2] GRUNEWALD, H.: Ann. Phys. (6) 14, 121 (1954). — [3] GRUNEWALD, H.: Ann. Phys. (6) 14, 129 (1954). — [4] GRUNEWALD, H.: Wiss. Z. Päd. Hochschule Potsdam 1, 101 (1955). — [5] HAUFFE, K.: Reaktionen in und an festen Stoffen. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955. — [6] HAUFFE, K., u. A.L. VIERK: Z. phys. Chem. 196, 160 (1950). — [7] HAUFFE, K.: Ann. Phys. (6) 8, 24 (1950). — [8] HAUFFE, K.: Ergebn. exakt. Naturw. 25, 27 (1951). — [9] HOLLEMAN-WIBERG: Lehrbuch der anorganischen Chemie, S. 362. Berlin: Walter de Gruyter & Co. 1955.

Dr. HORST GRUNEWALD und WERNER NEUMANN,
Institut für Experimentalphysik der
Pädagogischen Hochschule Potsdam-Sanssouci

Die Ausbreitung elektromagnetischer TE-(H)-Wellen, erzeugt durch eine horizontale, stromdurchflossene Leiterschleife, in dem Hohlraum zwischen zwei konzentrischen Kugeln

VON ORTWIN RÖSNER

Mit 4 Textabbildungen

(Eingegangen am 7. Juni 1957)

W.O. SCHUMANN hat in einer Anzahl von Veröffentlichungen [1] die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in dem System Erde-Luft-Ionosphäre behandelt und unter bestimmten Gesichtspunkten dis-

kutiert. In diesem Zusammenhang erschien es wünschenswert, die Ausbreitung von TE-(H)-Wellen in dem System Erde-Luft-Ionosphäre eingehender zu untersuchen. Dazu wird dieses System durch die dr

ume, die zwei konzentrische Kugeln mit den Radien a und b bilden idealisiert.

I. Die Eigenschwingungen des Hohlraumes zwischen zwei konzentrischen Kugeln für TE-(H)-Wellen

Die innere Kugel habe den Radius a . Sie werde ideal leitend ($\sigma=\infty$) angenommen. Um sie befindet sich konzentrisch eine weitere vom Radius b . Es ist $a < b$. Der Raum zwischen beiden Kugeln sei ein homogener Isolator ($\sigma=0$), seine Dielektrizitätskonstante (D.K.) sei ϵ . Der Raum $r > b$ sei durch die komplexe D.K. ϵ_2 gekennzeichnet. Für das gesamte betrachtete Gebiet sei $\mu = \text{const.}$ Es seien keine Raumladungen vorhanden ($\rho=0$).

Alle Größen, die sich auf den Raum $a \leq r \leq b$ beziehen, erhalten im folgenden keinen Index. Die Größen im Raum $r > b$ sind durch den Index 2, im Raum $r < a$ durch den Index 1 gekennzeichnet*. Die Zeitabhängigkeit wird mit $\exp(j\omega t)$ angesetzt.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen, den Materialgleichungen unter Berücksichtigung der gemachten Voraussetzungen sowie der Forderung nach TE-(H)-Wellen ergeben sich die Komponenten der Feldvektoren zu

$$\left. \begin{aligned} E_r &= 0 & H_r &= k^2 r u + \frac{\partial^2 r u}{\partial r^2} \\ E_\theta &= -j\omega\mu \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial u}{\partial\varphi} & H_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 r u}{\partial r \partial\theta} \\ E_\varphi &= j\omega\mu \frac{\partial u}{\partial\theta} & H_\varphi &= \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial^2 r u}{\partial r \partial\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

bei genügt das skalare Potential der Differentialgleichung

$$\Delta u + k^2 u = 0,$$

bei Δ den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten versteht, und k die Wellenzahl ist.

Die Differentialgleichung läßt sich durch den Produktansatz

$$u = R(r) \Theta(\vartheta) \Phi(\varphi)$$

lösen. Es ist

$$R(r) = r^{-\frac{1}{2}} Z_{n+\frac{1}{2}}(kr)$$

$$\Theta(\vartheta) = P_n^m(\cos\vartheta)$$

$$\Phi(\varphi) = e^{jm\varphi},$$

bei die $Z_{n+\frac{1}{2}}(kr)$ eine Zylinderfunktion und die $P_n^m(\cos\vartheta)$ eine zugeordnete Kugelfunktion ist.

Auf Grund der Voraussetzungen ist das Feld für $r < a$ Null. Im Raum $a \leq r \leq b$ ist es gegeben durch

$$Z_{n+\frac{1}{2}}(kr) = A H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr) + B H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \quad (2)$$

und für den Raum $r > b$, da es für $r \rightarrow \infty$ verschwinden muß, durch

$$Z_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) = C H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(k_2 r). \quad (3)$$

Die Konstanten A, B, C bestimmen sich aus den Randbedingungen, die die Stetigkeit der tangentialen Komponenten von \mathbf{E} und \mathbf{H} an den Grenzflächen $r=a$ und $r=b$ verlangen. Man erhält schließlich

$$\left. \begin{aligned} & \frac{H_{n-\frac{1}{2}}^{(1)}(k_2 b)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(k_2 b)} \\ & = k b \frac{H_{n-\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) - H_{n-\frac{1}{2}}^{(2)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) - H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

* Als Maßsystem wählen wir das „praktische“.

Diese Gleichung stellt die Ausgangsgleichung für die Berechnung der möglichen Eigenfrequenzen des betrachteten Systems dar.

Aus Gl. (4) lassen sich eine Reihe bekannter und bereits diskutierter Sonderfälle zwanglos durch entsprechende Grenzübergänge ableiten [2], [3], [4].

I.A. Die Eigenfrequenzen eines Hohlraumes zwischen zwei konzentrischen ideal leitenden Hohlkugeln

Diese ergeben sich aus Gl. (4) durch den Grenzübergang $k_2 \rightarrow \infty$

$$H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) - H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) = 0. \quad (5)$$

Damit sind bei bekannten geometrischen Verhältnissen die möglichen Eigenfrequenzen des Systems gegeben. Die Ordnungszahlen n , die für diese Eigenfrequenzen reell und ganzzahlig sind, treten als Parameter auf. Aus Gl. (5) lassen sich einige allgemeine Aussagen über die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen von den beiden Radien des Resonators machen. Wir setzen:

$$k(b-a) = kH = u$$

und

$$\gamma = \frac{b}{a}; \quad 1 \leq \gamma \leq \infty; \quad ka = \frac{u}{\gamma-1}; \quad kb = \frac{\gamma u}{\gamma-1}.$$

Die Hankel-Funktionen mit halbzahligen Indices lassen sich durch endliche Summen darstellen [5].

Dadurch kann Gl. (5) nach einiger Rechnung umgeformt werden in

$$\text{tg } u = \frac{\sum_{\sigma, \lambda=0}^n l_\sigma l_\lambda \frac{(\gamma-1)^{\sigma+\lambda}}{\gamma^\lambda u^{\sigma+\lambda}} \frac{\sin \frac{(\sigma-\lambda)\pi}{2}}{2}}{\sum_{\sigma, \lambda=0}^n l_\sigma l_\lambda \frac{(\gamma-1)^{\sigma+\lambda}}{\gamma^\lambda u^{\sigma+\lambda}} \frac{\cos \frac{(\sigma-\lambda)\pi}{2}}{2}} \quad (6)$$

mit

$$l_\sigma = \frac{(n+\sigma)!}{\sigma!(n-\sigma)! 2^\sigma}.$$

Schreiben wir für die rechte Seite dieser Gleichung $f(\gamma, u, n)$, dann ist

$$F(\gamma, u, n) = \text{tg } u - f(\gamma, u, n) = 0 \quad (6a)$$

die implizite Darstellung der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit vom Radienverhältnis mit der Ordnungszahl n als Parameter. Entsprechend dem Intervall

$$1 \leq \gamma \leq \infty$$

für unsere als unabhängige Variable gewählte Größe γ hat man zwei Grenzfälle zu unterscheiden:

a) $\gamma \rightarrow 1$. Hier folgt aus Gl. (6)

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \omega_{n,m} = m\pi \frac{c}{H} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

b) $\gamma \rightarrow \infty$ für $a \rightarrow 0$ mit $b = \text{const.}$ Dann ergibt sich die Eigenfrequenz aus

$$I_{n+\frac{1}{2}}(u) = 0. \quad (8)$$

c) $\gamma \rightarrow \infty$ für $b \rightarrow \infty$ mit $a = \text{const.}$

Diesen mathematisch möglichen Fall müssen wir wegen unseres im Raum $a \leq r \leq b$ gemachten Ansatzes für das Potential u Gl. (2) und unseres Zeitansatzes ausschließen, da er die im unendlichen Raum geltende allgemeine Ausstrahlungsbedingung nicht erfüllt.

Denkt man sich die unabhängige Variable u explizit als Funktion von γ dargestellt, mit n als Parameter, so sind die Grenzwerte für $\gamma \rightarrow 1$ und $\gamma \rightarrow \infty$ durch Gl. (7) und (8) gegeben. Ferner läßt sich zeigen, daß für $\gamma \rightarrow 1$ und $\gamma \rightarrow \infty$ die Tangente horizontal verläuft. Für $\gamma \approx 1$ läßt sich eine Näherungsformel angeben. Dazu entwickelt man die Funktion $F(\gamma, u, n)$, s. Gl. (6a), in eine Taylor-Reihe. Nach längerer Rechnung erhält man

$$u_{n,m} = m\pi \left\{ 1 + \frac{n(n+1)}{2m^2\pi^2} (\gamma - 1)^2 \right\} \quad m=1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Für $\gamma \gg 1$ läßt sich ebenfalls eine Näherung angeben. Man führt $p = 1 - 1/\gamma$ ein. Und erhält

$$u_{n,m} = \bar{u}_{n,m} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right), \quad (10)$$

wobei die $\bar{u}_{n,m}$ Lösungen der Gl. (8) sind.

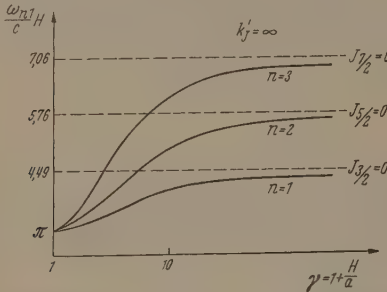


Abb. 1. Abhängigkeit der Eigenfrequenz von dem Radienverhältnis der beiden konzentrischen Kugeln für $k_1 = \infty$, d. h. ideal leitende Kugelflächen

Damit ergibt sich die graphische Darstellung der Abb. 1.

Die Tabelle 1 gibt einige Zahlenwerte:

Tabelle 1

γ	u_{11}	u_{11} exakt	Fehler (%)
1,0	π	π	0
1,2	3,1543	3,1521	0,07
1,5	3,2211	3,1929	0,9
2,0	3,4599	3,28	5,4
5	3,59	3,74	4,1
10	4,04	4,06	0,5
19	4,25	4,25	0,1
39	4,37	4,37	0,1
∞	4,4934	4,4934	0

Die erste Spalte enthält das Radienverhältnis, die zweite den nach den Gln. (9) und (10) berechneten Wert, die dritte den exakten Wert nach [6] die vierte den prozentualen Fehler.

I.B. Einfluß der endlichen Leitfähigkeit des Außenraumes

Um den Einfluß der endlichen Leitfähigkeit des Raumes $r > b$ zu untersuchen, formen wir Gl. (4) um in

$$\left. \begin{aligned} & \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka)} \\ &= \frac{kb \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)'}(kb)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kb)} - k_2 b \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)'}(k_2 b)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(k_2 b)}}{kb \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)'}(kb)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kb)} - k_2 b \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)'}(k_2 b)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(k_2 b)}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Diese Gleichung kann wegen $k_2 = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ nur erfüllt sein, wenn

$$\omega_0 > \omega,$$

d. h., die Eigenfrequenz ω_0 des Plasmas größer ist als die Eigenfrequenz des Resonators.

Für $\omega < \omega_0$ schreiben wir $k_2 = -jk_2'$, wobei $0 \leq k_2' \leq \infty$ reell. Wir bezeichnen die rechte Seite von Gl. (11) mit ϱ_2 und nennen sie „Reflexionskoeffizient“ an der Fläche $r=b$. Für den Fall $k_2' \rightarrow \infty$ geht $\varrho_2 \rightarrow 1$. Die Eigenfrequenzen folgen dann aus Gl. (5). Für $k_2' \rightarrow 0$ folgen die Eigenfrequenzen aus

$$\frac{H_{n-\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka)}{H_{n-\frac{1}{2}}^{(2)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka)} = 1. \quad (12)$$

Ein Vergleich mit Gl. (5) zeigt, daß bei den Hankelfunktionen mit dem Argument kb jetzt die Ordnung

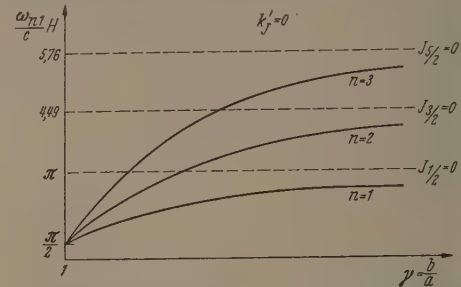


Abb. 2. Abhängigkeit der Eigenfrequenz von dem Radienverhältnis für $k_1 = 0$, d. h. Eigenfrequenz des Plasmas ω_0 gleich der Eigenfrequenz des Resonators

zahl $n - \frac{1}{2}$ auftritt. Auf Grund gleicher Überlegungen wie bei Gl. (5) und (6) läßt sich Gl. (12) auch auf eine ähnliche Form wie Gl. (6) bringen.

Für die beiden Grenzfälle wird für

$$a) \gamma \rightarrow 1, \text{ also } a \rightarrow b$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \omega_{n,m} = \frac{(2m-1)\pi}{2} \quad m=1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

$$b) \gamma \rightarrow \infty; a \rightarrow 0, b = \text{const. aus Gl. (12)}$$

$$I_{n-\frac{1}{2}}(u) = 0. \quad (14)$$

Im Gegensatz zu $k_0' = \infty$ ist hier die Tangente für $\gamma \rightarrow 1$ endlich, für $\gamma \rightarrow \infty$ ist sie Null.

Für $\gamma \approx 1$ läßt sich folgende Näherung angeben

$$u_{n,m} = (2m-1) \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \frac{4n}{(2m-1)^2 \pi^2} (\gamma - 1) \right\} \quad (15)$$

und für $\gamma \gg 1$

$$u_{n,m} = \bar{u}_{n,m} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right), \quad (16)$$

wobei die $\bar{u}_{n,m}$ Lösungen der Gl. (14) sind. Damit ergibt sich die graphische Darstellung der Abb. 2.

Wenn wir zur Diskussion der Abhängigkeit der möglichen ungedämpften Eigenfrequenzen von den Eigenschaften des Außenraumes $r > b$ übergehen, so ist es zweckmäßig, von Gl. (4) auszugehen. Sie läßt sich auf Grund der Darstellung der halbzahligen Hankelfunktionen durch endliche Reihen ebenso wie Gl. (5) und (12) durch Quotienten aus diesen Reihen und trigonometrische Funktionen darstellen. Man er

alt schließlich eine implizite Darstellung

$$\Phi(k'_2, u, \gamma, n) = \varphi(k'_2, \gamma, u, n) - \psi(u, \gamma, n) = 0 \quad (17)$$

er gesuchten Eigenfrequenzen durch die abhängige variable u in Abhängigkeit von k'_2 .

Es ist

$$\lim_{k'_2 \rightarrow 0} \frac{du}{dk'_2} = 0, \quad \lim_{k'_2 \rightarrow \infty} \frac{du}{dk'_2} = 0, \\ u \rightarrow \frac{\pi}{2}, \pi \quad u \rightarrow \bar{u}_{n,m}$$

h., alle Kurven mit den Parametern γ und n haben in $k'_2 = 0$ und $k'_2 = \infty$ eine horizontale Tangente. Damit gelangt man zur Darstellung der Abb. 3.

Durch diese Darstellung allein ist jedoch die Eigenfrequenz noch nicht eindeutig bestimmt. Es muß noch der durch die Gleichung

$$k'_2{}^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} - k^2$$

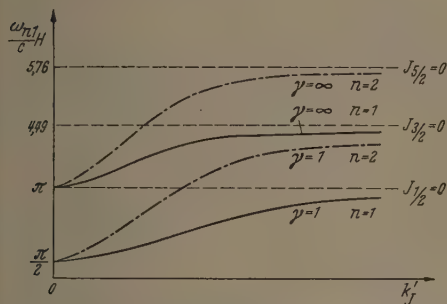


Abb. 3. Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Leitfähigkeit des Außenraumes $r > b$

der mit den von uns gewählten Größen u und γ

$$\frac{k'_2{}^2}{\omega_0^2/c^2} + \frac{u^2}{\omega_0^2/c^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^2 = 1 \quad (18)$$

eltende Zusammenhang bestehen. Um die möglichen Eigenfrequenzen zu erhalten, sind die Kurven der Abb. 3 mit den durch Gl. (18) gegebenen Ellipsen zum Schnitt zu bringen. So ergibt sich Abb. 4.

II. Die Dämpfung der Eigenschwingungen durch Skin-Effekt

Die Dämpfung bestimmen wir nach der bekannten Näherungsmethode, indem die Feldgleichungen zunächst für unendlich gut leitende Wände gelöst werden, und nachträglich der zeitliche energetische Dämpfungsfaktor bestimmt wird. Dieser ist der Quotient aus der im Mittel je Zeiteinheit in den Wänden absorbierten Wärme und der mittleren elektromagnetischen Energie. Der mittlere Wärmeverlust ergibt sich aus dem Realteil des komplexen Poynting-Vektors

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_F \mathfrak{F}_k df, \quad (19)$$

wobei über alle leitenden Oberflächen integriert wird. Aus Gl. (19) folgt

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} W \int_F \mathfrak{E}_{tg} \mathfrak{E}_{tg}^* df \quad (20)$$

$$\text{mit } W = \left(\frac{\mu\omega}{2\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Für unendlich gut leitende Wände ist in dem verlustlosen dielektrischen Hohlraum die mittlere magne-

tische und die mittlere elektrische Energie gleich groß und damit die gesamte mittlere elektromagnetische Energie

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon \mathfrak{E} \mathfrak{E}^* d\tau. \quad (21)$$

Daraus folgt für den energetischen Dämpfungsfaktor

$$\beta_E = \frac{\bar{Q}}{\bar{u}}. \quad (22)$$

Die Dämpfung der Felder ist halb so groß.

Die Integrale in Gl. (20) und (21) lassen sich exakt berechnen. Die ziemlich umfangreiche Rechnung soll hier übergangen werden. Man erhält ohne Vernachlässigungen, falls man nur die Verluste an der Fläche $r=b$ berücksichtigt:

$$\beta_E = W c^2 \varepsilon \frac{2}{b} \times \left. \begin{aligned} & \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka)}{H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) - H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kb) H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kb)} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

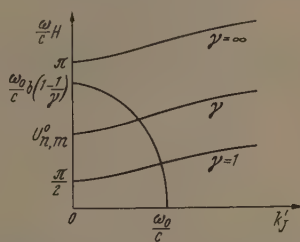


Abb. 4. Graphische Bestimmung der möglichen Eigenfrequenzen bei beliebiger Leitfähigkeit des Außenraumes unter Berücksichtigung der Eigenfrequenz des Plasmas

Läßt man $a \rightarrow 0$ gehen, so folgt daraus der Dämpfungsfaktor einer Hohlkugel vom Radius b zu

$$\lim_{a \rightarrow 0} \beta_E = W c^2 \varepsilon \frac{2}{b}.$$

Sollen auch die Verluste an der Fläche $r=a$ berücksichtigt werden, so ist zu setzen $\bar{Q}_{ges} = \bar{Q}(a) + \bar{Q}(b)$.

Für die Grundschiwingung $n=1$ folgt, falls $\bar{Q}_{ges} = \bar{Q}(b)$ gesetzt wird, nach Gl. (23) wegen $k \approx \frac{\pi}{H}$ mit genügender Näherung

$$\beta_E = \frac{2}{H} \sqrt{\frac{\omega}{\mu\sigma}}. \quad (24)$$

III. Erzwungene Schwingungen

Der betrachtete Typ transversaler E -Wellen wird von einem radialen, magnetischen Dipol erzeugt. Dieser Dipol wird durch eine horizontale stromdurchflossene Leiterschleife realisiert. In dem Raum zwischen den beiden Kugeln habe er die Koordinaten $r_0, 0, 0$. Die Entfernung D des Dipols vom Aufpunkt mit den Koordinaten r, ϑ, φ ist dann

$$D^2 = r^2 + r_0^2 - 2r r_0 \cos \vartheta.$$

Das vom Dipol ausgestrahlte Feld ist symmetrisch zur Achse Kugelmittelpunkt—Dipol. Diese Achse wählen wir zur Achse $\vartheta=0$. Die elektrischen Feldlinien sind Kreise um diese Achse. Die magnetischen Feldlinien liegen in Meridianebenen. Infolge dieser Symmetrie tritt keine Abhängigkeit vom Winkel φ auf.

Das primäre von beiden Grenzflächen ungestörte Feld ist gegeben durch

$$u_{\text{prim}} = \frac{IF}{4\pi r_0} \frac{e^{-jkD}}{D}, \quad (25)$$

wobei I die Stromstärke in der Leiterschleife und F die Fläche derselben ist.

Entwickelt man das durch Gl. (25) gegebene skalare Potential in eine unendliche Reihe aus Kugel- und Bessel-Funktionen in den beiden Räumen $a \leq r \leq r_0$ und $r_0 \leq r \leq b$ so folgt

$$u_1 = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \zeta_n^{(2)}(kr_0) \psi_n(kr) P_n(\cos \vartheta)$$

und

$$u_2 = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \psi_n(kr_0) \zeta_n^{(2)}(kr) P_n(\cos \vartheta)$$

mit

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} F_{n+\frac{1}{2}}(x)$$

$$\zeta_n^{(2)}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(x).$$

Für die sog. „sekundäre Erregung“ [7] erhält man in den drei Räumen

$$\left. \begin{aligned} u_{1\text{sec}} &= A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) D_n \psi_n(k_1 r) P_n(\cos \vartheta) & 0 \leq r \leq a \\ u_{\text{sec}} &= A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) [A_n \psi_n(kr) + \\ &\quad + B_n \zeta_n^{(2)}(kr)] P_n(\cos \vartheta) & a \leq r \leq b \\ u_{2\text{sec}} &= A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) C_n \zeta_n^{(2)}(k_2 r) P_n(\cos \vartheta) & b \leq r. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Die vier Konstanten A_n , B_n , C_n und D_n sind so zu bestimmen, daß die Grenzbedingungen erfüllt werden, die die Stetigkeit der Tangentialkomponenten von \mathcal{E} und \mathcal{H} an den Grenzflächen $r=a$ und $r=b$ verlangen.

Dann ergibt sich die Gesamterregung im Raum $a \leq r \leq r_0$ nach Einsetzen der Konstanten zu

$$u_{\text{ges}} = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \zeta_n^{(2)}(kr_0) \zeta_n^{(1)}(kr) \frac{a_n}{b_n} P_n(\cos \vartheta). \quad (27)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \left\{ 1 + \varrho_1 \frac{\zeta_n^{(1)}(ka)}{\zeta_n^{(2)}(ka)} \frac{\zeta_n^{(1)}(kr)}{\zeta_n^{(1)}(kr)} \right\} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 + \varrho_2 \frac{\zeta_n^{(2)}(kb)}{\zeta_n^{(1)}(kb)} \frac{\zeta_n^{(1)}(kr_0)}{\zeta_n^{(2)}(kr_0)} \right\} \\ b_n &= 1 - \varrho_1 \varrho_2 \frac{\zeta_n^{(1)}(ka) \zeta_n^{(2)}(kb)}{\zeta_n^{(2)}(ka) \zeta_n^{(1)}(kb)} \\ \varrho_1 &= - \frac{\frac{\zeta_n^{(1)'}(ka)}{\zeta_n^{(1)}(ka)} - \frac{k_1}{k} \frac{\psi_n'(k_1 a)}{\psi_n(k_1 a)}}{\frac{\zeta_n^{(2)'}(ka)}{\zeta_n^{(2)}(ka)} - \frac{k_1}{k} \frac{\psi_n'(k_1 a)}{\psi_n(k_1 a)}} \\ \varrho_2 &= - \frac{\frac{\zeta_n^{(2)'}(kb)}{\zeta_n^{(2)}(kb)} - \frac{k_2}{k} \frac{\zeta_n^{(2)'}(k_2 b)}{\zeta_n^{(2)}(k_2 b)}}{\frac{\zeta_n^{(1)'}(kb)}{\zeta_n^{(1)}(kb)} - \frac{k_2}{k} \frac{\zeta_n^{(2)'}(k_2 b)}{\zeta_n^{(2)}(k_2 b)}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Ein entsprechender Ausdruck ergibt sich für den Raum $r_0 \leq r \leq b$. Aus der allgemeinen Gleichung für das skalare Potential lassen sich durch entsprechende

Grenzübergänge verschiedene bereits bekannte Sonderfälle ableiten [8].

Es ist zweckmäßig, folgende Relationen einzuführen

$$h_n^{(1)}(x) = x \zeta_n^{(1)}(x)$$

$$j_n(x) = x \psi_n(x).$$

Dann ändert sich in Gl. (27) lediglich die Konstante vor dem Summenzeichen.

Die in Gl. (27) angegebene unendliche Reihe läßt sich nach WATSON [9] auf ein komplexes Integral zurückführen. Die Anwendung des Residuensatzes ergibt unter der Voraussetzung großer Leitfähigkeit des Raumes $r < a$:

$$u(r, \vartheta) = B \left\{ \frac{2\pi}{\sin \vartheta} e^{-j\frac{\pi}{4}} \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau_n^{\frac{1}{2}} e^{-j\tau_n \vartheta}}{(b' - \frac{1}{2})_{l=\tau_n}} a_{\tau_n - \frac{1}{2}} h_{\tau_n - \frac{1}{2}}^{(1)}(kr) h_{\tau_n - \frac{1}{2}}^{(2)}(kr_0), \right\} \quad (29)$$

wobei τ_n die n -te Wurzel der Gleichung

$$b_{l-\frac{1}{2}} = 1 - \varrho_1 \varrho_2 \frac{h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(kb)}{h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(kb)} = 0 \quad (30)$$

ist, und

$$b_{l-\frac{1}{2}}' = \frac{\partial}{\partial t} b_{l-\frac{1}{2}}$$

bedeutet.

Aus Gl. (30) folgt mit der Tangensapproximation der Hankel-Funktionen

$$\int_{ka}^{kb} \left(1 - \frac{t^2}{v^2}\right)^{\frac{1}{2}} dv = n\pi - \frac{j}{2} \ln \varrho_1 \varrho_2 \quad n=1, 2, \dots \quad (31)$$

Hieraus lassen sich die Nullstellen $t = \tau_n$ von Gl. (30) berechnen. Aus Gl. (31) folgt, unter der Voraussetzung $\frac{H}{a} \ll 1$

$$kH \left(1 - \frac{t^2}{k^2 a^2}\right)^{\frac{1}{2}} = n\pi - \frac{j}{2} \ln \varrho_1 \varrho_2. \quad (32)$$

Für ideal leitende Umhüllung geht $\varrho_1 \varrho_2 \rightarrow 1$ und es wird

$$\tau_n = \tau_n^0 = ka \left(1 - \frac{n^2 \pi^2}{k^2 H^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Für große Leitfähigkeit der Umhüllung, d.h. $\varrho_1 \varrho_2 \approx 1$, folgt aus Gl. (32)

$$\tau_n = \tau_n^0 + j \frac{a}{2H} \left(\frac{k^2 a^2}{\tau_n^0} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \ln \varrho_1 \varrho_2. \quad (33)$$

Die sog. Reflexionskoeffizienten ϱ_1 und ϱ_2 lassen sich unter Benutzung der Tangensapproximation der Hankel-Funktionen solange

$$\cos \alpha = \frac{t}{ka} \ll (2t)^{\frac{1}{2}} [1 + (2t)^{\frac{1}{2}}]^{-\frac{1}{2}}$$

ist, schreiben:

$$\varrho_1 = - \frac{1 - \frac{k}{k_1} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1}}{1 + \frac{k}{k_1} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1}}, \quad (34a)$$

$$\varrho_2 = - \frac{1 - \frac{k}{k_2} \frac{\sin \beta}{\sin \beta_2}}{1 + \frac{k}{k_2} \frac{\sin \beta}{\sin \beta_2}}. \quad (34b)$$

Daraus erhält man durch Reihenentwicklung

$$\ln \varrho_1 \varrho_2 \approx -2 \left\{ \frac{k}{k_1} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} + \frac{k}{k_2} \frac{\sin \beta}{\sin \beta_2} \right\}. \quad (35)$$

den Nenner der Residuensumme erhält man aus (30)

$$b_{l-\frac{1}{2}}\Big|_{l=\tau_n} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \ln \varrho_1 \varrho_2 + \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(kb)}{h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(kb)} \right\}_{l=\tau_n}.$$

aus folgt mit Gl. (35) und der Tangensapproximation der Hankel-Funktionen sowie $\left| \frac{k}{k_1} \right| \ll 1$ und

$$b_{l-\frac{1}{2}}\Big|_{l=\tau_n} \cong \left(\frac{\partial}{\partial t} b_{l-\frac{1}{2}} \right)_{l=\tau_n} = -2j \frac{H}{a} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)_{l=\tau_n}. \quad (36)$$

weiter ist

$$b_{l-\frac{1}{2}} = \left\{ 1 + \varrho_1 \frac{h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)}{h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(kr)} \right\} \times \left\{ 1 + \frac{1}{\varrho_1} \frac{h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(kr_0)}{h_{l-\frac{1}{2}}^{(1)}(ka) h_{l-\frac{1}{2}}^{(2)}(kr_0)} \right\}_{l=\tau_n}.$$

t $\tau_n \approx \tau_n^0$ sowie $(\varrho_1)_{l=\tau_n} \approx 1$ und der Abkürzung $r = r - a$; $h_S = r_0 - a$ und $n\pi(h_E - h_S)H^{-1} \ll 1$ folgt daraus

$$a_{\tau_n-\frac{1}{2}} \approx 4 \sin \left(n\pi \frac{h_E}{H} \right) \sin \left(n\pi \frac{h_S}{H} \right). \quad (37)$$

und schließlich erhält man

$$b_{l-\frac{1}{2}}(kr) h_{\tau_n-\frac{1}{2}}^{(2)}(kr_0) \approx \frac{1}{(\sin \alpha)_{l=\tau_n^0}} \exp \left[-j k (r - r_0) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \frac{\tau_n^2}{k^2 a^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (38)$$

führt man mit W. O. SCHUMANN [10] den Begriff der imaginären Frequenz ein, dann wird

$$(\cos \alpha)_{l=\tau_n^0} = \frac{\tau_n^0}{ka}, \quad (\sin \alpha)_{l=\tau_n^0} = \frac{n\pi}{kH}.$$

sin $\alpha = 1$ der Grenzwert für reelles α ist, folgen hieraus für die Existenz der verschiedenen Eigenwerte imaginäre Frequenzen der Größe

$$\omega_k = n\pi \frac{c}{H}. \quad (39)$$

damit wird

$$(\cos \alpha)_{l=\tau_n^0} = \left(1 - \frac{\omega_k^2}{\omega^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\sin \alpha)_{l=\tau_n^0} = \frac{\omega_k}{\omega}.$$

setzt man die einzelnen Größen in den Ausdruck für das skalare Potential Gl. (29) ein, vernachlässigt bei den imaginären Anteil und ersetzt in Gl. (38) die Exponentialfunktion durch Eins, so erhält man

$$r, \vartheta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{IF}{2r_0^2} \frac{a}{r} \frac{1}{kH} \sqrt{\frac{2}{j\pi \sin \vartheta}} \sqrt{\frac{\frac{\omega}{c} a}{1 - \frac{\omega_k^2}{\omega^2}}} \times \left\{ \begin{aligned} &\sin \left(n\pi \frac{h_S}{H} \right) \sin \left(n\pi \frac{h_E}{H} \right) \exp(-j\tau_n \vartheta). \end{aligned} \right. \quad (40)$$

durch Differentiation ergeben sich hieraus die Komponenten für die Feldstärken.

Zusammenfassung

Es wird die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen vom Typ transversaler E -Wellen in dem Raum zwischen zwei konzentrischen Kugelschalen untersucht.

Zuerst werden die Eigenfrequenzen eines solchen, von ideal leitenden Begrenzungsflächen gebildeten Hohlraumes bestimmt. Diese ergeben sich in Abhängigkeit von den Radien des Hohlraumes aus einer Gleichung zwischen halbzahligen Bessel-Funktionen mit reellen Ordnungszahlen. Diese Bessel-Funktionen lassen sich durch endliche Reihen darstellen. Auf Grund dieser Eigenschaft kann die Bestimmungsgleichung für die Eigenfrequenzen in eine transzendente Gleichung umgeformt werden. Aus dieser können Näherungslösungen für die beiden Grenzfälle annähernd gleicher Radien und sehr verschiedener Radien beider Kugeln entwickelt werden. Weiterhin wird der Einfluß endlicher Leitfähigkeit auf die Größe der ungedämpften Eigenfrequenzen untersucht. Dann wird die Dämpfung der Eigenschwingungen durch Energieverluste an der Umhüllung des Hohlraumes berechnet. Der mittlere Wärmeverlust durch Skin-Effekt und der Energieinhalt wird exakt berechnet. Damit wird ein Ausdruck für den Dämpfungsfaktor gefunden. Dieser enthält neben den Materialeigenschaften der Begrenzungsflächen einen Faktor, der die Radien der Begrenzungsflächen des betrachteten Hohlraumes berücksichtigt. Schließlich wird die Ausbreitung erzwungener Schwingungen behandelt. Dazu wird die von einem radialen magnetischen Dipol ausgestrahlte Primärerregung in eine unendliche Reihe nach Bessel- und Kugelfunktionen entwickelt. Die unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen sich ergebende unendliche Reihe wird nach WATSON in ein komplexes Integral übergeführt und der Summe der Residuen gleichgesetzt. Die neu entstehende Reihe wird anschließend unter der Annahme großer Leitfähigkeit beider Begrenzungsflächen vereinfacht. Es wird ein Ausdruck für das skalare Potential gefunden, aus dem sich die Ausdrücke für die Feldstärken durch Differentiation ergeben.

Dem Direktor des Elektro-Physikalischen Institutes der Technischen Hochschule München, Herrn Professor Dr. W. O. SCHUMANN, möchte ich an dieser Stelle für die Stellung des Themas, die rege Anteilnahme an der Durchführung der Arbeit und zahlreiche wertvolle Anregungen ergebenst danken.

Ebenso möchte ich hier dem Direktor des Physikalischen Institutes Weihenstephan, Herrn Professor Dr. F. ASSELMAYER, für sein großzügiges Entgegenkommen danken, das mir gestattete, die Arbeit während meiner Tätigkeit als Assistent an seinem Institut durchzuführen.

Literatur: [1] SCHUMANN, W. O.: Naturforsch. 7a, 150, 250 (1952). — Z. angew. Phys. 4, 474 (1952); 6, 346 (1954); 7, 284 (1955). — Nuovo Cim. 9, 1116 (1952). — Naturwiss. 40, 504 (1953). — [2] SCHUMANN, W. O.: Naturforsch. 4a, 486 (1949). — [3] BORGNIS, F.: Ann. Phys. 35, 359 (1939). — [4] DAHLKE u. LABUS: VDL Forsch.-Ber. Nr. 1615. — [5] LENSE, J.: Reihenentwicklungen der mathematischen Physik. Berlin: W. de Gruyter & Co. 1947. — [6] JAHNKE-EMDE: Tafeln höherer Funktionen. Leipzig: Teubner 1948. — [7] BREMMER, H.: Terrestrial Radio Waves. New York: Elsevier 1949. — [8] GRAY, M. C.: Phil. Mag. (7) 27, 421 (1939). — [9] WATSON, G. N.: Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A 95, 83 (1919). — [10] SCHUMANN, W. O.: Z. angew. Phys. 6, 35 (1954).

Dr. ORTWIN RÖSNER,
Optische Werke G. Rodenstock, München 5

Ein rauscharmer Breitbandverstärker zur Untersuchung von Elektronenlawinen

Von K. J. SCHMIDT-TIEDEMANN

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Mai 1957)

I. Einleitung

Eine Methode zur Untersuchung von Elektronenlawinen ist die oszillographische Registrierung des Stromimpulses, den eine im homogenen elektrischen Feld ablaufende Lawine im Entladungs-Stromkreis hervorruft. Der Stromstoß wird durch ein geeignetes, unten näher zu bestimmendes Netzwerk in einen Spannungsimpuls umgeformt und breitbandig verstärkt.

Durch spezielle Wahl der Übertragungs-Impedanz des Verstärkers läßt es sich erreichen, daß der Ausgangs-Spannungsimpuls Rechteckform besitzt. Länge, Höhe, Flankensteilheit und eventuelle Verzerrungen des Rechteckimpulses liefern in leicht auswertbarer Weise Information über die ablaufenden Entladungsprozesse, wie dies bereits früher [1] auseinandergesetzt wurde.

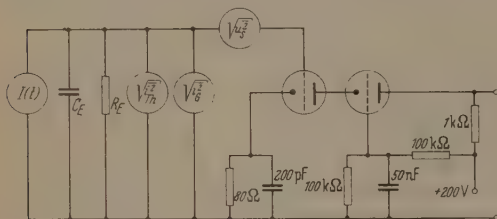


Abb. 1. Schaltbild der ersten Verstärkerstufe mit eingezeichneten Rauschquellen. R_E Arbeitswiderstand der Entladungsstrecke (variabel); C_E Eingangskapazität einschließlich Entladungsstrecke (12 pF); $I(t)$ Strom in der Entladungsstrecke. Der äquivalente Rauschwiderstand der Kathode beträgt $R_k = 300 \Omega$. Die zum Betrieb der Entladungsstrecke erforderliche Hochspannungsquelle ist im Ersatzschaltbild weggelassen

Die erfolgreiche Anwendung dieser Methode setzt voraus, daß die Impulsamplitude am Verstärker-Eingang genügend hoch über dem Rauschpegel des Verstärkers liegt. In der vorliegenden Arbeit wird versucht, das Signal-Rausch-Verhältnis eines Impulsverstärkers auf einen Extremwert zu bringen, wobei die Nebenbedingung einzuhalten ist, daß die Impulse am Verstärkerausgang Rechteckform haben sollen. Dazu wurden folgende Maßnahmen vorgenommen:

1. Kapazitätsarme Anordnung der Entladungsstrecke und Wahl einer rauscharmen Schaltung der ersten Verstärkerröhre.

2. Eliminierung des thermischen Rauschens des Eingangswiderstandes und des Gitterstromrauschens durch Integration des Lawinenimpulses vor dem Verstärker und Differentiation hinter dem Verstärker.

3. Weitgehende Reduktion des verbleibenden Schrotrauschens durch optimale Anpassung der Übertragungs-Bandbreite an die geforderte Zeitauflösung der Meßapparatur.

Mit einer nach diesen Gesichtspunkten dimensionierten Apparatur kann die Empfindlichkeit so weit gesteigert werden, daß die mittlere Rauschamplitude dem Signalimpuls einer Lawine von $1,2 \cdot 10^3$ Ionen-

paaren entspricht. Dieser Wert gilt für eine Bandbreite von 1 MHz. Bei höherer Zeitauflösung, entsprechend z.B. 16 MHz Bandbreite, steigt der Stöpegel auf ein Trägerzahl-Äquivalent von etwa $7 \cdot 10^3$ an. Bisher wurden in der Literatur [1], [2] Trägerzahl von einigen 10^5 bis 10^6 für eine nachweisbare Lawine gefordert.

Die Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses ermöglicht nicht nur den Nachweis kleiner Lawinen, sondern ist auch bei der Untersuchung von Lawinen, deren Impuls-Amplituden merklich über der Nachweisgrenze liegen, von Vorteil, da ein großer Störabstand naturgemäß den Informationsgehalt des Oszillogramms erhöht.

Eine noch höhere Nachweisempfindlichkeit läßt sich mit dem ballistischen Verstärker [3], [4] erreichen. Aus der beobachteten Impulsform lassen sich jedoch nur unter Schwierigkeiten Schlüsse auf den Stromverlauf in der Lawine ziehen, so daß dieses Verfahren nur zur Messung der Gesamtladung geeignet ist.

II. Optimale Dimensionierung von Entladungsstrecke und Verstärker zum Nachweis von Elektronenlawinen

1. Form der Lawinenimpulse

Eine Elektronenlawine beeinflusst auf den Elektroden der Entladungsstrecke einen Strom, der aus der Elektronenkomponente (Dauer etwa 10^{-8} sec, Elektronenlaufzeit τ_{el}) und der Ionenkomponente (Dauer einige Mikrosekunden, Ionenlaufzeit τ_i) besteht. Der von der Lawine transportierte Strom $I(t)$, s. Abb. 1, verursacht am Verstärkereingang über R_E einen Spannungsabfall $U_E(t)$, welcher der Differentialgleichung

$$\dot{U}_E + \frac{1}{\tau_E} U_E = \frac{1}{C_E} I(t) \quad (1)$$

gehört. Dabei ist $\tau_E = R_E C_E$ die Zeitkonstante des Verstärkereinganges mit $R_E =$ Arbeitswiderstand der Entladungsstrecke, $C_E =$ Verstärkereingangskapazität und Kapazität der Entladungsstrecke. Zur Transformation auf Rechteckform [1] gelangt man, wenn man $\tau_E = \tau_0$ wählt mit

$$\tau_0 = \frac{\tau_+}{\alpha d} \quad (2)$$

Eine ideale Elektronenlawine der Trägerzahl n liefert dann einen Rechteckimpuls mit exponentiell ansteigender Stirn der Zeitkonstante ($\tau_{el}/\alpha d$), der von der integrierten Elektronenanteil herrührt, und einem Plateau der Spannung

$$U_- = \frac{1}{C_E} \cdot \frac{n}{\alpha d} \quad (3)$$

welche durch die langsam wandernden Ionen bis etwa zur Zeit $0,8 \tau_+$ aufrechterhalten wird und dann in einigen τ_0 auf Null abfällt.

2. Aufbau der Entladungsstrecke und der ersten Verstärkerstufe

Wie aus Gl. (3) hervorgeht, ist die zu erwartende Impulsamplitude der Eingangskapazität C_E umgekehrt proportional. Da, wie sich später zeigen wird, die Rauschspannung nahezu unabhängig von C_E ist, ist ein möglichst kleines C_E anzustreben. Die in ein Hartglasgefäß eingeschmolzene Entladungsstrecke, bestehend aus zwei scheibenförmigen Elektroden von 5 mm \varnothing und 5 mm Abstand, trägt mit etwa 1 pF sehr wenig zur Eingangskapazität bei, wesentlich sind die Zuleitungen zum Gitter der ersten Röhre (das Entladungsgefäß wurde unmittelbar neben der ersten Verstärkerröhre angeordnet, da ein gewisser Abstand der Elektroden von der Glaswand gewahrt bleiben mußte, waren etwa 7 cm Leitung erforderlich) und der Hauptanteil (im vorliegenden Fall etwa 7 pF) entfällt auf die Eingangskapazität der Röhre. C_E läßt sich messen, indem man eine Ladung aufbringt, die über C_E abfließt und einen mit der Zeitkonstante $R_E C_E$ exponentiell abklingenden Spannungsimpuls liefert. Die Zeitkonstante kann auf dem Oszillographen ausgemessen und daraus bei bekanntem R_E die Eingangskapazität bestimmt werden. Man entnimmt aus den Oszillogrammen $C_E = 12$ pF.

Der benutzte Breitband-Vorverstärker, dessen Blockschaltbild Abb. 2 zeigt, erreicht mit 7 Stufen eine Gesamtverstärkung von 52 db bei etwa 22 MHz Bandbreite. Durch Reduktion der Stufenzahl läßt sich die Verstärkung von 52 auf 34 db erniedrigen. Die untere Bandgrenze liegt bei etwa 50 Hz. Für verschiedene Untersuchungen ist es erwünscht, die Bandbreite des Verstärkers oben oder unten zu beschneiden. Dies geschieht in der üblichen Weise durch Spannungsteiler aus einem ohmschen und einem kapazitiven Widerstand, sog. Differentiier- und Integrierglieder mit den charakteristischen Zeitkonstanten $R_D C_D = \tau_D$ bzw. $R_J C_J = \tau_J$.

Der Frequenzgang der Anlage ist durch Angabe der drei Parameter τ_E , τ_D und τ_J eindeutig festgelegt¹. Die Schaltung der ersten Verstärkerstufe mit eingezeichneten Rauschquellen zeigt Abb. 1. Als erste Röhre wurde eine extrem steile Doppeltriode (Valvo 88 CC) in Kascodeschaltung gewählt, da man bekanntlich in dieser Schaltung die hohe Verstärkung einer Pentode erreicht, ohne jedoch das bei einer Pentode vorhandene Stromverteilungsrauschen in Kauf nehmen zu müssen.

3. Die Übertragungs-Impedanz

Zur Untersuchung des Signal-Rausch-Verhältnisses erlegen wir die entsprechenden Ströme bzw. Spannungen nach FOURIER in ihre Spektralkomponenten. Den Übergang vom Zeitbereich in den Frequenzbereich deuten wir durch die Verwendung kleiner Buchstaben an, d.h. $I(t)$ entspricht $i(j\omega)$ usw. Die Gl. (1) geht dann über in

$$U_E(j\omega) = i(j\omega) \frac{R_E}{1 + j\omega \tau_E}. \quad (4)$$

Die Verstärker-Ausgangsspannung $u_A(j\omega)$, die nach Durchlaufen eines Differentiiergledes der Zeitkon-

stante τ_D und eines Integriergledes der Zeitkonstante τ_J zustande kommt, lautet

$$u_A(j\omega) = i(j\omega) \frac{R_E}{1 + j\omega \tau_E} \cdot \frac{j\omega \tau_D}{1 + j\omega \tau_D} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_J}. \quad (5)$$

Die normierte Übertragungs-Impedanz des Verstärkers ist also gegeben durch

$$F(j\omega) = \frac{1}{C_E} \cdot \frac{\tau_E}{1 + j\omega \tau_E} \cdot \frac{j\omega \tau_D}{1 + j\omega \tau_D} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_J}. \quad (6)$$

Zur Transformation der Impulse auf Rechteckform muß $\tau_E = \tau_0$ sein [s. Gl. (2)], τ_J wird noch frei gelassen und τ_D soll sehr groß sein, da sonst eine unerwünschte „Dachschräge“ auftritt, wir setzen näher-

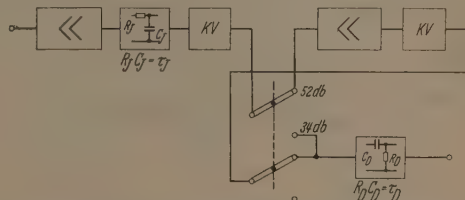


Abb. 2. Blockschaltbild des Vorverstärkers, bestehend aus den eigentlichen Verstärkerstufen, Kathodenfolgern KV sowie einem Integrierglied mit der Zeitkonstanten τ_J und einem Differentiierglied mit der Zeitkonstante τ_D zur Bandbegrenzung

ungsweise $\tau_D = \infty$. Diese spezielle Übertragungs-Impedanz, die den Stromverlauf einer Lawine in einen Rechteck-Spannungsstoß umformt, lautet also

$$F^R(j\omega) = \frac{1}{C_E} \cdot \frac{\tau_0}{1 + j\omega \tau_0} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_J}. \quad (7)$$

Die gleiche Funktion (d.h. die gleiche Impulsform!) erhält man ersichtlich, wenn man in Gl. (6) $\tau_E = \infty$ und $\tau_D = \tau_0$ setzt.

Um Lawinen-Impulse auf Rechteckform zu bringen, gibt es also zwei äquivalente Schaltungen, die gekennzeichnet sind durch

$$\text{Schaltung I: } \left. \begin{array}{l} \tau_E = \tau_0, \\ \tau_D \gg \tau_0. \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$\text{Schaltung II: } \left. \begin{array}{l} \tau_E \gg \tau_0, \\ \tau_D = \tau_0. \end{array} \right\} \quad (9)$$

τ_J bestimmt die zeitliche Auflösung und wird später näher festgelegt. In der Literatur findet sich bisher nur Schaltung I beschrieben. Es wird in der folgenden Untersuchung gezeigt, daß durch Verwendung von Schaltung II unter Umständen eine erhebliche Störfreieung möglich ist.

4. Die Ausgangs-Rauschspannung

In Abb. 1 sind die Quellen des Eingangsrauschens eingetragen. Wir berücksichtigen [5]

1. Das thermische Rauschen des Eingangswiderstandes R_E :

$$dI_{th}^2 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{kT}{R_E} d\omega. \quad (10)$$

2. Das Gitterstromrauschen der ersten Röhre (I_+ , I_- positiver und negativer Gitterstrom):

$$dI_G^2 = \frac{s}{\pi} (I_+ + I_-) d\omega. \quad (11)$$

¹ Insbesondere wird dabei angenommen, daß man mit τ_J noch genügend weit von der „natürlichen“ Bandgrenze des Verstärkers mit ihrem steileren Dämpfungsverlauf entfernt ist.

3. Das Schrotrauschen der ersten Röhre (R_a äquivalenter Rauschwiderstand):

$$dU_S^2 = \frac{2}{\pi} k T R_a d\omega. \quad (12)$$

Der Funkeffekt kann in dem von uns zu verarbeitenden Frequenzintervall vernachlässigt werden.

Für die normierte Gesamt-Störspannung am Verstärker-Ausgang folgt durch Integration der differentiellen Amplitudenquadrate, wenn wir noch die Abkürzungen

$$g = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon(I_+ + I_-) R_E}{2 k T}} \quad (13)$$

und

$$H(j\omega) = \frac{j\omega \tau_D}{1 + j\omega \tau_D} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_D} \quad (14)$$

eingeführen:

$$\bar{U}_{St}^2 = \frac{2 k T}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{g R_E} |F(j\omega)|^2 + R_a |H(j\omega)|^2 \right\} d\omega. \quad (15)$$

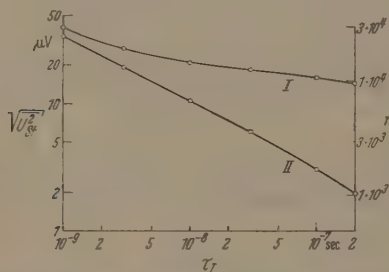


Abb. 3. Normierte mittlere Rauschspannungs-Amplitude am Verstärker-Ausgang („Eingangsrauschen“) für die Schaltung der Abb. 1 und 2 mit τ_J als laufendem Parameter bei verschiedenen Werten der Zeitkonstanten τ_E und τ_D , berechnet nach Gl. (16). Kurve I: $\tau_E = 0,3 \mu sec$, $\tau_D = 100 \mu sec$ [entsprechend Gl. (8), Schaltung I]. Kurve II: $\tau_E = 100 \mu sec$, $\tau_D = 0,3 \mu sec$ [entsprechend Gl. (9), Schaltung II]. Rechts ist die Trägerzahl derjenigen Lawine aufgetragen, die einen Rechteckimpuls von der Höhe der mittleren Rauschamplitude liefert

Nach Ausführung der Integration erhält man:

$$\bar{U}_{St}^2 = k T \left\{ \frac{1}{g C_E} \tau_E \tau_D^2 \times \right. \\ \times \left. \left(\frac{\tau_D^2 \tau_E - \tau_D \tau_E^2}{\tau_D^4 \tau_E^2 - \tau_D^2 \tau_E^2} + \frac{\tau_J (\tau_E^2 - \tau_D^2)}{\tau_D^4 \tau_E^2 - \tau_D^2 \tau_E^2} + \frac{\tau_J^2 (\tau_E - \tau_D)}{\tau_D^4 \tau_E^2 - \tau_D^2 \tau_E^2} \right) + \right. \\ \left. + R_a \frac{\tau_D}{\tau_J (\tau_D + \tau_J)} \right\}. \quad (16)$$

Hier entspricht der erste Term dem thermischen und dem Gitterstromrauschen, der zweite dem Schrotrauschen.

Bei fest gewählter Eingangsschaltung hängt das Signal-Rausch-Verhältnis von den drei Parametern τ_E , τ_D und τ_J ab. Wir wollen einen für die Beobachtung von Elektronenlawinen optimalen Parametersatz aufsuchen.

5. Eliminierung des thermischen Rauschens

durch geeignete Festlegung der Zeitkonstanten τ_E und τ_D

Oben war gefunden, daß sich die zur Transformation der Impulse auf Rechteckform erforderliche Übertragungs-Impedanz auf zwei verschiedene Weisen schaltungsmäßig realisieren läßt. Wir wollen diese beiden hinsichtlich der Impulsform äquivalenten

Schaltungen nun bezüglich ihrer Ausgangs-Rauschspannung analysieren. Schon an Gl. (15) sieht man, daß der thermische Anteil des Rauschspannungs-Quadrates zu R_E umgekehrt proportional ist, es ist also zu erwarten, daß sich beide Schaltungen hinsichtlich des Rauschens verschieden verhalten.

Für Schaltung I, Gl. (8), liefert Gl. (16) mit der Näherung $\tau_D \gg \tau_E > \tau_J$:

$$\bar{U}_{St}^2 = k T \left\{ \frac{1}{g C_E} \left(1 - \frac{\tau_E}{\tau_D} \right) + \frac{R_a}{\tau_J} \right\}. \quad (17)$$

In dieser Schaltung wird also fast das gesamte thermische und Gitterstromrauschen mit übertragen.

Im Falle II der Gl. (9) wird das Signal im Eingangskreis integriert (entsprechend dem Faktor $1/j\omega$), berechnen wir das Rauschen jetzt unter der Voraussetzung $\tau_E \gg \tau_D > \tau_J$ aus Gl. (16), so folgt

$$\bar{U}_{St}^2 = k T \left\{ \frac{1}{g C_E} \frac{\tau_D}{\tau_E} + \frac{R_a}{\tau_J} \right\}. \quad (18)$$

Durch Wahl einer genügend großen Zeitkonstante τ_J ist man in der Lage, das thermische und das Gitterstromrauschen völlig gegenüber dem Schrotrauschen zu unterdrücken¹.

Durch Integration des Lawinen-Impulses im Verstärker-Eingang und Differentiation mit der Zeitkonstante τ_0 hinter dem Verstärker läßt sich der Impuls auf Rechteckform abgleichen, wobei gleichzeitig das thermische und das Gitterstrom-Rauschen fast völlig eliminiert werden. Die einzig verbleibende Rauschquelle ist der Schrotrausch der ersten Röhre.

Die mittlere normierte Ausgangs-Rauschspannung d.h. das „Eingangsrauschen“ der benutzten Apparatur, wie sie nach Gl. (16) mit den unten angegebenen Zahlenwerten berechnet wurde, zeigt Abb. 3. Kommt τ_J in die Größenordnung von τ_D , so wird auch ein Teil des Schrotrauschens durch τ_D mit abgeschnitten. Bei höherer Bandbreite ist der Rauschpegel nahezu unabhängig von der Schaltung, da die thermische Komponente, die allein eliminiert werden kann, gegenüber dem Schrot mehr und mehr zurücktritt. Die Empfindlichkeit ist dann nur noch von dem Produkt $C_E \sqrt{R_a}$ abhängig², d.h. von den Daten der Eingangsröhre und der geometrischen Anordnung der Entladungsstrecke.

6. Verminderung des Schrotrauschens

durch geeignete Festlegung der Zeitkonstante τ_J

Durch die Forderung eines möglichst hohen Signal-Rausch-Verhältnisses wird auch der Zeitkonstante τ_J eine Bedingung auferlegt. Wählt man τ_J zu klein, so bekommt man ein sehr starkes Schrotrauschen, bei zu großem τ_J ist dagegen die Anstiegszeit des Verstärkers nicht hinreichend zur Beobachtung der gewünschten Effekte. Den optimalen Wert von τ_J numerisch festzulegen, gelingt auf folgende Weise. Die Verzerrung durch das Schrotrauschen ist gegeben durch

$$\sqrt{\bar{U}_S^2} = \sqrt{\frac{k T R_a}{\tau_J}}. \quad (19)$$

¹ Von dem Bereich, wo der Gitterstrom die Größe von $g \tau$ begrenzt, ist man bei den vorliegenden Anwendungsfällen noch genügend weit entfernt, so daß die Erfüllung der ersten Bedingung der Gl. (9) praktisch in jedem Fall zur Eliminierung des thermischen Rauschens genügt. Für die numerische Auswertung von Gl. (16) darf $g \approx 1$ gesetzt werden.

² Man dividiere Gl. (3) durch Gl. (18).

Die Verzerrung durch die Bandbescheidung ist von der Zeit abhängig, die zwischen dem Elektronenanstieg und der Beobachtung t_B vergeht. Da die Front des Impulses exponentiell mit der Zeitkonstante τ_J auf die Plateauhöhe U_- einschwingt, ergibt sich für die gesamte Störung (s. Abb. 4):

$$\Delta = |\Delta_1| + |\Delta_2| = U_- e^{-(t_B/\tau_J)} + \sqrt{\frac{kT R_d}{\tau_J}} \quad (20)$$

Wir lassen eine gewisse relative Störung m zu

$$m = \frac{\Delta}{U_-} \quad (21)$$

und fragen nach derjenigen Zeitkonstante τ_J^{opt} , bei der U_- ein Minimum wird, d.h. bei der sich (bei bestimmtem zugelassenen Fehler) die kleinste Lawine noch nachweisen läßt. Für τ_J^{opt} ergibt sich die Gleichung

$$\frac{t_B}{\tau_J^{\text{opt}}} = \ln \left\{ \frac{2}{m} \cdot \frac{t_B}{\tau_J^{\text{opt}}} + \frac{1}{m} \right\} \quad (22)$$

mit den Lösungen

$$\left. \begin{array}{l} m = 30\% \quad 10\% \quad 1\% \\ t_B/\tau_J^{\text{opt}} = 3,0 \quad 4,6 \quad 7,4. \end{array} \right\} \quad (23)$$

Werden die Zeitkonstante τ_0 , der Beobachtungszeitpunkt t_B und die zulässige relative Störung m vorgegeben, so sind die drei charakteristischen Zeitkonstanten τ_E , τ_D und τ_J für maximale Empfindlichkeit der Anordnung eindeutig durch die Gln. (9) und (22) gegeben.

Zahlenbeispiele

1. Um die Ionenlaufzeit τ_+ zu messen (näheres s. [1]), wählt man t_B etwa $\tau_+/2$, bei Stickstoff unter den Bedingungen wie in Abb. 6 angegeben, also $1,5 \mu\text{sec}$. Daraus folgt für τ_J bei $m = 1\%$ ein Wert von $2 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$, was einer Bandbreite von 0,8 MHz entspricht. Der mittleren Rauschamplitude entspricht ein Signalimpuls einer Lawine von $1 \cdot 10^4$ Trägern bei Schaltung I bzw. von $1,2 \cdot 10^3$ Elektronen bei Schaltung II. Diese liegt also hinsichtlich der Empfindlichkeit um etwa einen Faktor 8 günstiger.

2. Zur Analyse des Anstieges der Lawinenfront benötigt man ein τ_J in der Größenordnung $1 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$ (entsprechend 16 MHz Bandbreite). Eine Lawine, die einen Impuls von der Höhe des mittleren Rauschpegels liefert, besitzt im Falle der Schaltung I $1,4 \cdot 10^4$ Ionenpaare, bei Benutzung von Schaltung II dagegen $1 \cdot 10^3$ Ionenpaare. Das Signal-Rausch-Verhältnis kann hier nur um einen Faktor 2 verbessert werden. Mit steigender Bandbreite nimmt der schaltungsabhängig erzielbare Gewinn an Signal-Rausch-Verhältnis b , wie dies bereits auf S. 456 diskutiert wurde.

III. Experimentelle Ergebnisse

Abb. 5 zeigt Oszillogramme von Elektronenlawinen in Sauerstoff mit Trägerzahlen $n = 1$ bis $2 \cdot 10^5$. In Abb. 5a wurde Schaltung I benutzt. Die Verzerrung durch das thermische Rauschen ist bei einer Lawine der Trägerzahl $2 \cdot 10^5$ noch beträchtlich. Die Zeitauflösung τ_J liegt in der Größenordnung $5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$.

In Abb. 5b liegt der Fall $\tau_E \gg \tau_0$, $\tau_D = \tau_0$ der Schaltung II, Gl. (9), vor. Das thermische Rauschen macht sich nicht mehr bemerkbar, das Plateau ist „glatt“. Am Impulsanfang beobachtet man einen Einschwingvorgang mit der Zeitkonstante τ_J , d.h. die erzielbare Information wird jetzt hauptsächlich durch die Bandbreite bestimmt. Erhöhen wir die Zeitauflösung, wie Abb. 5c zeigt, auf $\tau_J = 2 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$, so tritt mit dem steilen Impuls-Anstieg auch die Informationsbegrenzung durch das Schrotrauschen in Erscheinung.

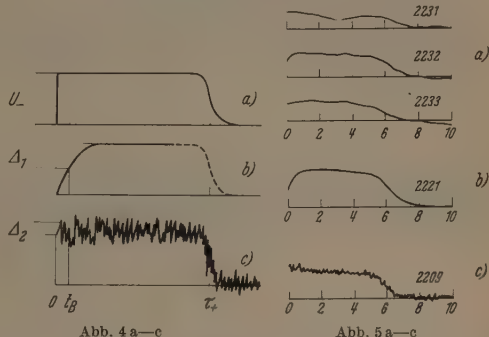


Abb. 4a—c

Abb. 4. Die ungestörte Impulsform (a), Amplitude U_- nach Gl. (3), wird zum Zeitpunkt der Beobachtung t_B durch den Einschwingvorgang infolge Bandbescheidung (b) (Störung Δ_1) und durch das Rauschen (c) (Störung Δ_2) verzerrt. Die gesamte Störung Δ ist gegeben durch $|\Delta_1| + |\Delta_2|$ nach Gl. (20). Der gestrichelt gezeichnete Teil von Impuls (b) ist dem idealen Verlauf (a) entnommen. Im Oszillogramm wird auch die Rückflanke infolge der Bandbescheidung durch τ_J abgeflacht. (Schematische Zeichnung, keine Oszillogramme)

Abb. 5. Oszillogramme von Elektronenlawinen in Sauerstoff, $E/p_0 = 65 \text{ V/cmT}$, $p_0 d = 46 \text{ Tcm}$, Trägerzahl $n = 2 \cdot 10^5$. Zeiteinheit 1 μsec . a) Schaltung I, $\tau_J = 5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$; b) Schaltung II, $\tau_J = 5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$; c) Schaltung II, $\tau_J = 2 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$. Durch Abgleich der Impulse auf Rechteckform nach Schaltung II läßt sich vor allem die sehr störende niederfrequente Rauschkomponente eliminieren. Um den Umfang der Verzerrungen klar herauszustellen, sind in (a) drei Oszillogramme abgebildet. Der hochfrequente Rauschanteil (welcher immerhin eine genaue Auswertung der Impulshöhe zuläßt) ist nur durch Bandbescheidung zu verkleinern, damit ist gleichzeitig eine Erhöhung der Anstiegszeit des Systems (vgl. b, c mit Abb. 4b, c) verbunden

Erhöht man die Linear-Verstärkung um einen Faktor 10, so erhält man Oszillogramme, wie sie Abb. 6 von Elektronenlawinen in Stickstoff zeigt, $n = 2 \cdot 10^4$ Träger. Das thermische Rauschen ist eliminiert, und das verbleibende Schrotrauschen hängt von τ_J ab. In Abb. 5a ist $\tau_J = 5 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$. In Abb. 5b wird ein Impuls gleicher Form wie bei Abb. 5a mit $\tau_J = 5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$ wiedergegeben. Die am Anfang auf den Impuls aufgesetzte Spitze (wegen

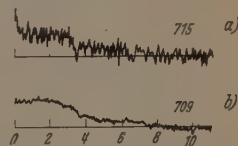


Abb. 6. Oszillogramme von Elektronenlawinen in Stickstoff, $E/p_0 = 112 \text{ V/cmT}$, $p_0 d = 24 \text{ Tcm}$, $n = 2 \cdot 10^4$ Träger. Zeiteinheit 1 μsec . Schaltung II. $\tau_J = 2 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$ (a) bzw. $5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$ (b)

$\tau_D < \tau_0$, sog. unterabgeglichener Fall, s. [1]), d.h. die Information über den Stromverlauf kurz nach dem Start der Lawine, geht durch die Bandbescheidung verloren.

Mit der vorliegenden Anordnung ist es möglich, das für die Physik der Gasentladungen interessante Problem der Elektronenlawine und ihrer weiteren Entwicklung in den Gasen N_2 , H_2 und O_2 bei kleinen Drucken (kleine $p d \leq 50 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$) zu bearbeiten (bei hohen Drucken ist die herkömmliche Methode zum Nachweis einzelner Lawinen ausreichend [2]). Eine ausführliche Darstellung dieser Experimente erscheint a. a. O.

Zusammenfassung

Das Signal-Rausch-Verhältnis eines Breitband-verstärkers wird durch Einführung einer geeigneten Übertragungsfunktion so weit erhöht, daß damit die Stromimpulse einzelner Elektronenlawinen in N_2 , H_2 und O_2 bei kleinen pd -Werten (≤ 50 Torr · cm) oszillographiert werden können. Die erreichbare Empfindlichkeit hängt von der zeitlichen Auflösung ab und beträgt bei 1 MHz Bandbreite $1,2 \cdot 10^3$ Ionenpaare, bei 16 MHz $7 \cdot 10^3$ Ionenpaare.

Die Arbeit ist Teil einer Dissertation an der Universität Hamburg und wurde im Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg angefertigt.

Dem Leiter des Institutes, Herrn Professor Dr. H. RAETHER, danke ich für die Einführung in das Problem und die großzügige Förderung der Arbeit.

Literatur: [1] SCHMIDT, K. J.: Z. Physik **139**, 251, 2 (1954). — [2] VOGEL, J. K., u. H. RAETHER: Z. Physik **141** (1957). — [3] VOGEL, J. K.: Z. Physik **148**, 355 (1957). — [4] BALDINGER, E., u. W. HAEBERLI: *Ergebn. exakt. Naturw.* **27**, 248 (1953). — [5] COTTINI, C., E. GATTI, G. GIANNELLI, G. ROZZI: *Nuovo Cim.* **31**, 473 (1956). — [6] GILLESPIE, A.: *Signal, Noise, and Resolution in Nuclear Counter Amplifiers*. London: Pergamon Press Ltd. 1953.

Dr. K. J. SCHMIDT-TIEDEMANN,
Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg,
Hamburg 36, Jungiusstraße 11

Untersuchungen an harmonischen Frequenzteilern zur Ermittlung der Voraussetzungen für die Erzielung hoher Teilerverhältnisse und großer Mitnahmebereiche bei hohen Frequenzen

Von KURT SCHLICHTING

Mit 17 Textabbildungen

(Eingegangen am 15. Mai 1957)

Einleitung

Bei dem Studium der Frequenzstabilität von Röhren ist es schon frühzeitig aufgefallen, daß diese von Fremdwechselspannungen beeinflusst werden können. Dieser Fall tritt insbesondere bei Schwebungssummern als Störung in Erscheinung, wenn die Schwingungsfrequenzen der beiden Oszillatoren in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen. Diese wohl von H. G. MÖLLER als Mitnahmeerscheinung bezeichnete Eigenschaft von Röhrengeneratoren ist von ihm zuerst 1919 [1] theoretisch behandelt worden. In der nachfolgenden Zeit sind zahlreiche Arbeiten über dieses Thema aus den verschiedensten Anlässen unternommen worden. Erwähnt sei in diesem Zusammenhang eine Arbeit von H. WINTER-GÜNTHER aus dem Jahre 1931 [2], der die Mitnahme bei niedrigen Frequenzverhältnissen untersuchte und von R. URTEL aus dem Jahre 1938, welcher die Mitnahme vornehmlich unter dem Gesichtspunkt eines Synchronisiervorganges einer Wechselspannung durch eine andere behandelt hat [3]. Da für die Lösung vieler Aufgaben die synchrone Frequenzteilung von Wechselspannungen großes Interesse fand, wurde die Mitnahmeerscheinung auch für solche Zwecke herangezogen; so vor allem durch HUEDE, der 1938 [4] die Frequenzteilung mit Röhrengeneratoren untersucht hat. Für die Erzielung einer Frequenzteilung von Wechselspannungen können eine ganze Reihe von physikalischen Vorgängen verwendet werden. Man hat aus diesem Grunde den Frequenzteilern, die die Teilung auf Grund einer Mitnahme bewirken, einen besonderen Namen gegeben und sie als harmonische Teiler bezeichnet.

Die entscheidenden Ursachen für das Zustandekommen einer Frequenzteilung bei harmonischen Frequenzteilern sind bekannt. Sie sind durch die Arbeiten von KIRSCHSTEIN [5], WINTER-GÜNTHER, HUEDE, URTEL und vielen anderen auf der Grundlage

der von MÖLLER entwickelten Theorie in ihren wesentlichen Zügen aufgeklärt worden. Danach entsteht die Mitnahme dadurch, daß in der jeweiligen Generatorschaltung die Phasenbilanz des Rückkopplungsfaktors durch eine Fremdspannung gestört wird und erst wieder für eine Erregung des Generators auf einer von der ursprünglichen Schwingungsfrequenz abweichenden erfüllt ist, wie insbesondere FACKEL einer Arbeit aus dem Jahre 1952 [6] auf der Grundlage der Möllerschen Vorstellungen gezeigt hat. In einer weiteren Arbeit aus dem Jahre 1955 wurden von THIESSEN [7] auf dieser Grundlage Frequenzteilerschaltungen hinsichtlich der Bedingungen untersucht, die für die Erzielung höherer Frequenzteilerverhältnisse zu erfüllen sind.

Aus den bisher vorliegenden Arbeiten läßt sich entnehmen, daß von allen Frequenzteilerarten die harmonische Frequenzteiler sowohl hinsichtlich der mit ihm erzielbaren Frequenzstabilität als auch hinsichtlich der Frequenzbereiche, für die er in Betracht gezogen werden kann, besondere Vorzüge besitzt. Insbesondere scheint er der einzige Teilerotyp zu sein, der noch bei sehr hohen Frequenzen zu verwenden ist.

Für bestimmte in Betracht kommende Anwendungen sollte daher mit der vorliegenden Arbeit untersucht werden, bis zu welchen höchsten Frequenzen unter Verwendung üblicher Röhren der harmonische Frequenzteiler noch zu benutzen ist, und unter welchen Voraussetzungen die Frequenzteilung bei ihm vor allem bei hohen Teilerverhältnissen abhängig ist.

I. Mitnahme auf der Grundwelle

Wird die Wechselspannung eines Röhrenoszillators mit der Eigenfrequenz f_{20} mit der einer Fremdspannung der Frequenz f_1 superponiert, dann ergibt sich innerhalb gewisser Frequenzbereiche um f_{20} eine Mitnahme des Oszillators mit der Frequenz der Fremdspannung. Trägt man daher die Frequenz f_1 auf der Ordinate eines Diagramms und die mitgenommenen Frequenz f_2 auf der Abszisse auf, dann ergibt sich

* Dissertation am Institut für angewandte Physik der Universität Kiel.

Verhalten des Oszillators nach Abb. 1. Das bedeutet, daß der Oszillator der Eigenfrequenz f_{20} in dem Bereich Δf_2 um f_{20} herum mit der Frequenz der Fremdspannung schwingt.

Zur Erklärung ist vom Folgenden auszugehen (Abb. 2).

Für die Schwingbedingung des Oszillators muß erfüllt sein:

1. Die Phasenbilanz $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi n$ mit $n = 1, 2 \dots$ und
2. die Amplitudenbilanz $d \cdot V = 1$

in d die Dämpfung des Vierpols nach Abb. 2 und V die Verstärkung in der Schaltung bedeuten.

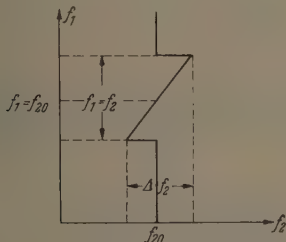


Abb. 1. Mitnahmebereich um f_{20} durch f_1 . Innerhalb des Mitnahmebereiches bleibt $f_1 = f_2$.

Beide Bedingungen sind mit einer Schaltung nach Abb. 2 erfüllbar. Diese Erscheinung der Mitnahme des Oszillators mit der Überlagererfrequenz findet ihre Erklärung darin, daß durch die Überlagererspannung eine zusätzliche Phasendrehung der rückgekoppelten

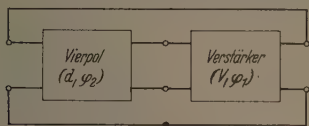


Abb. 2. Aufbau eines Oszillators

Spannung bewirkt wird, zufolge deren, wegen Erfüllung der Phasenbilanz, der Generator auf einer neuen mit der Überlagererfrequenz übereinstimmenden Frequenz schwingen muß. Diese Mitnahmeerklärung ist auf der Grundlage der Möllerschen Vorstellungen unter Verwendung der von MÖLLER eingeführten Schwinglinie von FACK [6] behandelt worden. Um die Frequenzabweichung der Generatorschwingung ihrer Größe nach anschaulich zu verstehen, kann man von dem Phasengang des Vierpols ausgehen. Erbringt beispielsweise die Überlagerung der Fremdspannung eine zusätzliche Phasendrehung um $\pm \varphi_0$, dann ergibt sich (s. Abb. 3) der Mitnahmebereich aus dem Phasengang des Vierpols für jene Frequenz, für die eine Phasendrehung um $\pm \varphi_0$ besteht, so lange die Amplitudenbilanz erfüllt bleibt.

Für einen großen Mitnahmebereich verlangt dies eine möglichst geringe Steilheit des Phasenganges um die Eigenfrequenz f_{20} , s. Abb. 4.

Der Zusammenhang zwischen der Amplitude der Fremdspannung und dem Mitnahmebereich ergibt sich aus folgender Überlegung. Bei schwingendem Oszillator setzt sich die Gitterspannung am Verstärkereingang (s. Abb. 2) aus der Fremdspannung U_1 und aus der Rückkopplungswirkung des Generators

ergebenden Wechselspannung U'_2 zu einer Gesamtgitterspannung U_2 zusammen. Es gilt also $U'_2 + U_1 = U_2$. Dabei muß der Phasenwinkel φ (s. Abb. 5) zwischen U_2 und U'_2 durch die phasendrehende Wirkung des Vierpols für die Mitnahmefrequenz jeweils zurückgedreht werden.

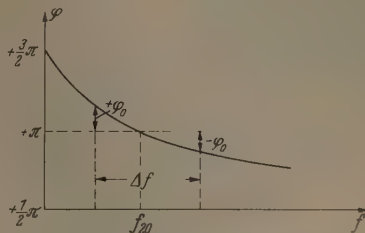


Abb. 3. Phasengang eines bestimmten Vierpols

Aus dem maximalen Wert von $\varphi = \varphi_{\max}$ für eine fest vorgegebene Fremdspannung U_1 ergeben sich daher die Frequenzgrenzen für den Mitnahmebereich. Wegen

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{|U_1|}{|U'_2|} \quad \text{bzw.} \quad \varphi_{\max} = \arcsin \frac{|U_1|}{|U'_2|}$$

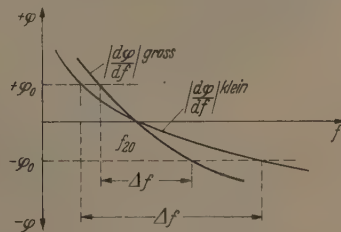


Abb. 4. Einfluß der Steilheit des Phasenganges auf den Mitnahmebereich

wächst der Mitnahmebereich mit steigender Amplitude der Fremdspannung U_1 und mit sinkender Amplitude der Spannung U'_2 . Ferner geht aus Abb. 5 hervor, daß die am Verstärkereingang des Generators wirksame Spannung U_2 an den Mitnahmegrenzen immer kleiner ist als U'_2 .

Nach den vorstehenden Betrachtungen erfordert die Erzielung großer Mitnahmebereiche

- a) eine geringe Steilheit des Phasenganges des Rückkopplungsvierpols für die erregte Schwingungsfrequenz und
- b) eine große Fremdampplitude im Verhältnis zu der oben erklärten Spannung U'_2 , wobei die Ausgangs-ampplitude nach den Mitnahmegrenzen abfällt.

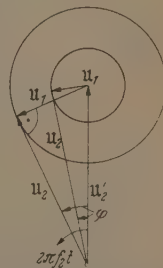


Abb. 5. Grenze der Mitnahmebereiche für zwei verschiedene Fremdspannungen U_1 .

Zur Nachprüfung der erhaltenen Ergebnisse wurde das Verhalten eines Wienbrückengenerators bei der Mitnahme durch eine Fremdspannung untersucht. Die Verwendung eines Wienbrückengenerators erfolgte, weil in der Literatur noch keine Mitnahme von RC-Generatoren beschrieben worden ist und weil sich gerade bei der Wienbrücke die Steilheit des Phasenganges in einfacher Weise verändern läßt.

Die Wienbrücke besteht aus einem frequenzabhängigen zwischen A und E (Abb. 6) gelegenen und

einem Ohmschen Widerstandsweig, der durch den Kathodenwiderstand der Röhre 1 sowie durch den aus R_ö 1 und R_ö 2 gebildeten Widerstandsverstärker gegeben ist. Für den Phasengang des frequenzab-

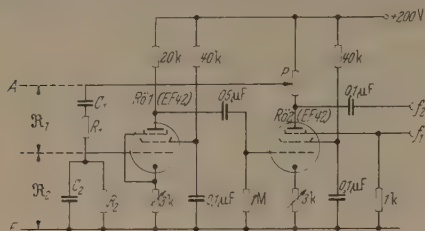


Abb. 6. Wienbrückenoszillator

hängigen Widerstandsweiges zwischen A und E des Wienbrückenoszillators ergibt sich auf einfache Weise,

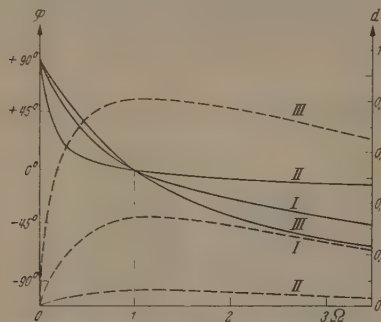


Abb. 7. Phasengang und Dämpfung der Wienbrücke für drei verschiedene R- und C-Verhältnisse

wenn man die Frequenz ω durch $\frac{\omega}{\omega_0} = \Omega$ normiert, zunächst:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= - \frac{\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \\ \text{bzw.} \\ \varphi &= \arctg \left(- \frac{\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

und daraus:

$$\frac{d|\varphi|}{d\Omega} = \frac{\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \left(1 + \frac{1}{\Omega^2} \right)}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \right)^2}$$

oder an der Stelle $\Omega = 1$

$$\frac{d|\varphi|}{d\Omega} \Big|_{\Omega=1} = \frac{2 \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}}}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$$

Der nach Gl. (1) zu berechnende Phasengang ergibt

für $R_1 = R_2$ und $C_1 = C_2$ die Kurve I,

für $9R_1 = R_2$ und $C_1 = 9C_2$ die Kurve II

für $R_1 = 9R_2$ und $9C_1 = C_2$ die Kurve III der Abb. 7.

Die zu diesen Werten gehörigen Dämpfungsverläufe sind in Abb. 7 mit den gestrichelten Linien eingezeichnet.

Daraus folgt, daß die Wienbrücke in der Steilheit ihres Phasenganges sehr einfach zu beeinflussen ist.

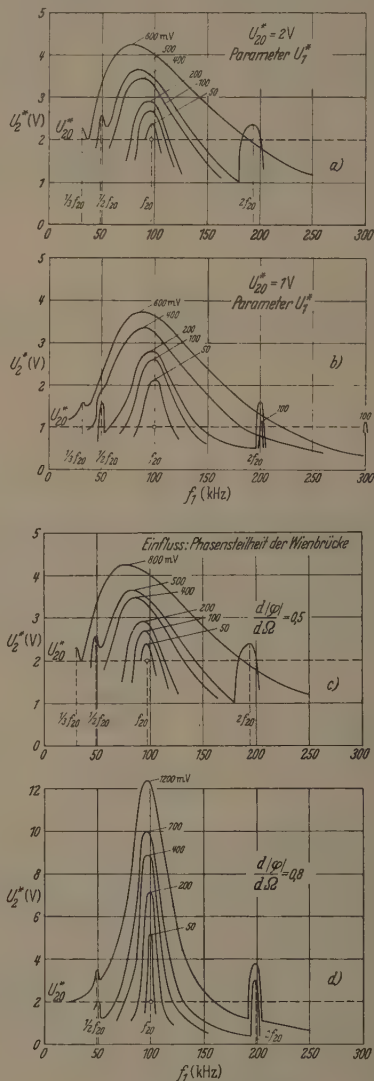
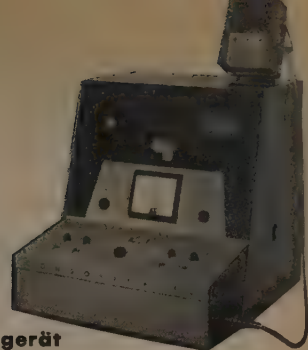


Abb. 8 a—d. Meßergebnisse

Bei der in Abb. 6 wiedergegebenen Schaltung des Wienbrückengenerators erfolgte die Zuführung der oben mit Fremdspannung bezeichneten Wechselspannung variabler Frequenz f_1 über das Bremsgitter der Röhre 2. Die sich ergebende Generatorspannung der Frequenz f_2 wurde an der Anode von R_ö 2 abgenommen. Im Mitnahmebereich gilt dann $f_1 = f_2$. Die Spannungen am Bremsgitter U_1^* und an der Anode U_2^* von R_ö 2 sind mit den Spannungen U_1 und U_2 der Abb. 5 nicht identisch, ergeben sich indessen an diesen durch die Berechnung ihrer Größen am Steuergitter der Röhre 1. Das Potentiometer P diente zum Ausgleich der Dämpfungen des Vierpols bei versch

Heraeus

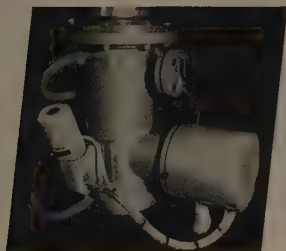
liefert für die



CEC-Helium-Lecksuchgerät

nach dem Prinzip des Massenspektrometers, Nachweisgrenze 1 Teil He in 300 000 Teilen Luft, das unentbehrliche Gerät für Dichtheitsprüfung von Hochvakuum - Anlagen, Teilchenbeschleunigern, Reaktor-Bauteilen.

H O C H V A K U U M - T E C H N I K



Titan-Ionen-Pumpe

Ionisations-Getter-Pumpe für öldampffreies Vakuum und Drucke kleiner als 10^{-8} Torr für Teilchenbeschleuniger, Massenspektrometer, Halbleiter-Metallurgie und Elektronenröhren-Fertigung.



Öl-Diffusionspumpen

für den Arbeitsbereich 10^{-3} bis 10^{-7} Torr und Sauggeschwindigkeiten von 250 bis 36 000 l/sec, geringe Ölrückströmung, Treibmittellentgasung, gute Vorvakuumbeständigkeit, hoher Wirkungsgrad durch sorgfältig bemessenes Düsensystem.



Roots-Pumpen

mit Vakuum-Einbaumotor sehr geringer Antriebsleistung (z. B. 6000 m³/h, 3000 Upm, 2 kW) für Fein- und Hochvakuum-Erzeugung.

Großpumpen mit Innenkühlung, Sauggeschwindigkeit bis 25000 m³/h für Vakuum-Stahlentgasung und Überschall-Windkanäle.

Vakuum-Meßgeräte für sämtliche Druckbereiche, Elektropneumatische und elektromagnetische Ventile. Steuergeräte für Automatisierung, Hochvakuum-Pumpstände sowie komplette Anlagen.

Heraeus

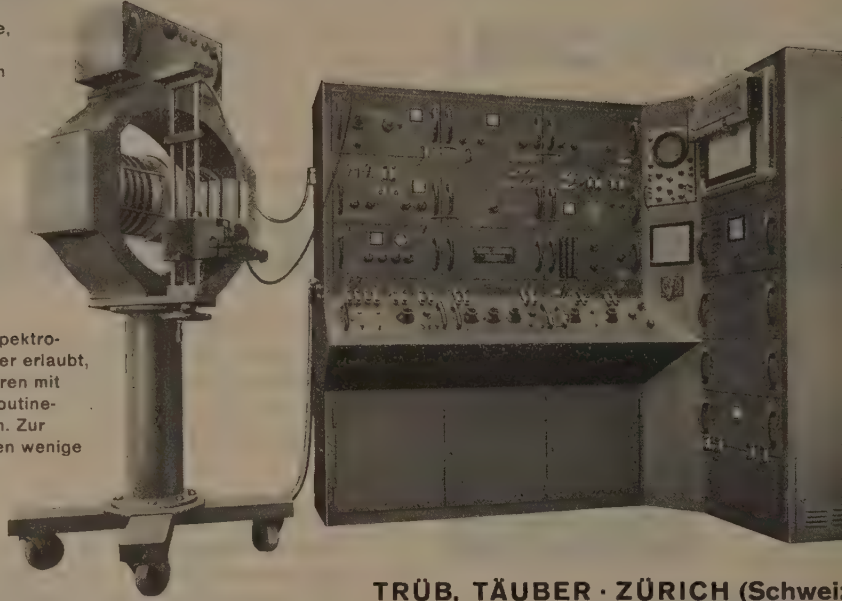
W · C · HERAEUS G M B H · A B T. H O C H V A K U U M · H A N A U

**Eine europäische Spitzenleistung
auf dem Gebiete der
kernphysikalischen Technik**

Kerninduktions-Spektrograph

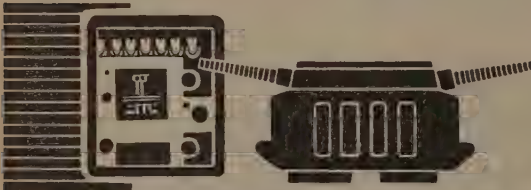
für chemische, biologische,
medizinische und
physikalische Laboratorien
in Industrie und
Wissenschaft

Der Kerninduktions-Spektrograph von Trüb, Täuber erlaubt, Kerninduktions-Spektren mit höchster Auflösung routinemässig aufzuzeichnen. Zur Untersuchung genügen wenige Milligramm Substanz.



TRÜB, TÄUBER · ZÜRICH (Schweiz)

PANTAM- MESS- UND REGELRELAIS



REGELAUTOMATIK FÜR
TRANSFORMATOREN MIT STUFENSCHALTER

ELEKTRISCHE MESSGERÄTE



SCHALTAFELGERÄTE



DREHMOMENT - LEISTUNGSÜBERWACHUNG
VON WERKZEUG-MASCHINEN



SONDERGERÄTE DER MESSTECHNIK



RELAIS ZUR ÜBERWACHUNG UND REGELUNG VON
STROM, SPANNUNG, LEISTUNG, FREQUENZ DREHZAHL USW.



BETRIEBSMESSGERÄTE

P. GOSSEN & CO. GMBH ERLANGEN

GOSSEN

nen Steilheiten des Phasenganges, sowie zur Variation der Spannungen U_1^* und U_2^* .

Die Ergebnisse der Messungen bei verschiedenen Teilheiten der Phasengangkurve und bei verschiedenen Spannungen U_1^* und U_2^* sind in Abb. 8a—d graphisch dargestellt. Und zwar zeigen Abb. 8a, b die Abhängigkeit der Amplitude U_2^* innerhalb des Mitnahmebereiches mit U_1^* als Parameter. Aus ihr ergibt sich entsprechend den oben gegebenen Erklärungen bei konstanter Amplitude $U_{20}^* = 2\text{ V}$ ein Anwachsen des Mitnahmebereiches mit U_1^* , sowie ein Abfallen der Amplitude U_2^* an den Grenzen des Mitnahmebereiches.

Abb. 8c, d sind die Ergebnisse der Messungen bei verschiedenen Phasengangsteilheiten aufgetragen. Entsprechend der Einengung des Mitnahmebereiches bei größerer Steilheit des Phasenganges $\frac{d|\varphi|}{d\Omega} = 0,8$ zeigen die Kurven in Abb. 8d gegenüber Abb. 8c $\frac{d|\varphi|}{d\Omega} = 0,5$ wesentlich schmalere Mitnahmebereiche.

II. Frequenzteilerschaltung durch Mitnahme

Die beschriebene Mitnahmeerscheinung führt zu einer Frequenzteileranordnung, wenn eine Mitnahme durch eine Fremdspannung n -fach größerer Frequenz zustande kommt. Zwischen der Frequenz der erregten Generatorspannung und der Frequenz der Fremdspannung besteht dann ein ganzzahliges Verhältnis n . Nach den vorstehend gemachten Ausführungen verlangt eine derartige Mitnahme, daß durch die Zuschaltung der Fremdspannung der n -fachen Frequenz die Selbsterregungsbedingung des Generators bei einer Frequenz erfüllt ist, bei welcher die erregte Wechselspannung über den Rückkopplungsweg eine Phasenverschiebung erfährt, die durch die Überlagerung mit der Fremdspannung gerade auf 2π bzw. ein Vielfaches von ausgeglichen ist.

Eine Phasendrehung einer Wechselspannung der Frequenz f_2 durch eine Wechselspannung der Frequenz $f_1 = n f_2$ ist nun nur möglich bei einer Überlagerung mit nichtlinearen Schaltelementen. Bei der in Abb. 6 dargestellten Schaltung kommt eine Nichtlinearität in den Röhren zur Auswirkung, wenn nennenswert die Gitterspannung der Röhre 2 genügend groß wird.

Eine Phasendrehung der Grundwelle einer Wechselspannung

$$U_2' = \sum_{n=1}^m U_{2n} \sin n 2\pi f_2 t$$

bei einer Überlagerung mit einer Wechselspannung

$$U_1' = U_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi) \quad \text{mit} \quad f_1 = n f_2$$

in einem Kreise mit einem nichtlinearen Schaltelement kann auf zwei unterscheidbare Weisen zustande kommen. Und zwar einmal, wenn die Spannung U_2' oberwellenfrei ist, d. h. für $m = 1$ und dann, wenn sie oberwellen enthält, d. h. für $m > 1$. Ist die Kennlinie des nichtlinearen Schaltmittels z. B. durch eine Potenzreihe

$$f(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 + \dots + \alpha_\mu x^\mu$$

gegeben, dann berechnet sich für beide Fälle eine Gesamtspannung

$$U = \alpha_1 (U_1' + U_2') + \alpha_2 (U_1' + U_2')^2 + \dots$$

Diese Spannung enthält eine gegenüber der Wechselspannung mit der Grundfrequenz f_2 phasenverschobene Spannung, die die Voraussetzung für eine Mitnahme ist.

Geht man in dem Ausdruck für die Gesamtspannung U von einer oberwellenfreien Grundwelle $U_2' = U_{21} \sin 2\pi f_2 t$ aus, dann zeigt die Durchrechnung, daß eine Phasendrehung der Grundwelle der Frequenz f_2 durch die Fremdspannung U_1' der Frequenz $f_1 = n f_2$ nur für solche Frequenzen f_1 möglich ist, für die $f_1 = \mu f_2$ wird, wobei μ einen der in der Potenzreihe für $f(x)$ vorkommenden Exponenten bedeutet; denn in dem Ausdruck für die Gesamtspannung U ergibt sich zur Grundwelle U_2' immer nur dann ein phasenverschobenes Zusatzglied, wenn eine Mischung mit einer Fremdspannung der Frequenz $f_1 = n f_2$ mit $n = \mu$ zustande kommt. Eine Mitnahme bei einer oberwellenfreien Grundwelle in dem Ausdruck für U sei im folgenden als Mitnahme 1. Art bezeichnet. Für sie ist das höchste Frequenzteilverhältnis durch den höchsten Exponenten der Potenzreihe, d. h. durch μ gegeben.

Eine Mitnahme 2. Art kommt zustande, wenn die Wechselspannung U_2' oberwellenhaltig, d. h. wenn m in der obigen Gleichung > 1 ist. In diesem Falle liefert die Berechnung der Gesamtspannung U additive phasenverschobene Zusatzglieder zur Grundwelle bei Überlagerungen der Oberwellen der Grundwelle mit der Fremdspannung der Frequenz $f_1 = n f_2$. Das bedingt, daß eine Phasenverschiebung der Grundwelle durch den Mischvorgang und damit eine Mitnahme auch für solche Werte von n möglich ist, für die $n > \mu$ wird, wie auch für solche Werte, für die $n < \mu$ jedoch von μ verschieden ist, zustande kommt. Im allgemeinen werden in einer Frequenzteilerschaltung nach dem Rückkopplungsprinzip beide Mitnahmearten miteinander vermisch vorkommen.

Ein Generator, bei dem eine Mitnahme wesentlich nach der 2. Art erfolgen soll, muß im Rückkopplungsweg also einen Hochpaß haben bzw. die Amplituden der Oberwellen noch mit genügender Größe durchlassen. Da andererseits der Oberwellengehalt einer Wechselspannung U_2' bis zu wesentlich höheren Vielfachen der Grundfrequenz reichen kann, als der Grad der den Kennlinienverlauf wiedergebenden Potenzreihe, erhält man bei Frequenzteilerschaltungen nach der 2. Art wesentlich höhere Teilverhältnisse.

Zur Prüfung der vorstehenden Überlegungen wurde zunächst der in Abb. 6 dargestellte Generator über das Bremsgitter der Röhre 2 mit einer Fremdspannung einer Frequenz $f_1 = n f_2$ überlagert. Bei ihm entsteht aus einer Übersteuerung vor allem der Röhre 2 ein starker Oberwellengehalt der erregten Grundschwingung. Aus einer oszillographischen Messung der an der Anode der Röhre 2 entstehenden und je nach der Einstellung der Kathodenwiderstände der Schaltung mehr oder weniger stark verzerrten Wechselspannung U_2' wurde der Oberwellengehalt nach RUNGE-KÖNIG [9] ermittelt. Die Ergebnisse für verschiedene Betriebseinstellungen des Generators sind in den Abb. 9a, b und Abb. 10a, b wiedergegeben. In Übereinstimmung mit den oben gemachten Ausführungen zeigte sich experimentell jeweils eine Mitnahme der Grundfrequenz mit der Fremdspannung bis zu der höchsten Oberwelle der Grundwechselspannung der Frequenz f_2 . Der jeweils erzielte Mitnahmebereich ist in Abb. 9b und 10b gestrichelt

unter Bezugnahme auf die rechts gezeichnete Ordinate in Prozenten der Frequenz f_2 wiedergegeben. Wegen der dämpfenden Wirkung des frequenzabhängigen Widerstandes des Wienbrückenoszillators bei hohen Frequenzen erreicht man mit ihm nur Frequenzteilverhältnisse bis etwa 15:1.

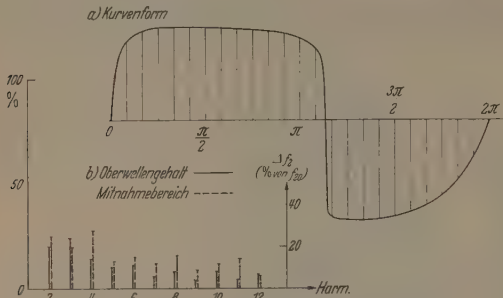


Abb. 9 a u. b. Einfluß von Oberwellen auf die Mitnahme

Um die vorstehend ausgeführten Überlegungen bezüglich der Existenz zweier Arten von Mitnahmen

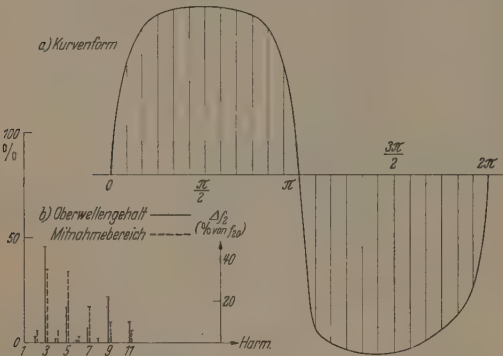


Abb. 10 a u. b. Einfluß von Oberwellen auf die Mitnahme

experimentell überprüfen zu können, wurde eine Schaltung nach Abb. 11 verwendet. In ihr bildet der

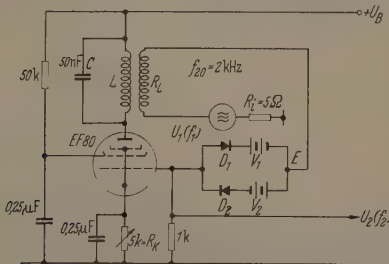


Abb. 11. Generator zum Nachweis der Mitnahmen 1. und 2. Art

Kondensator mit der Kapazität C und die Spule mit der Selbstinduktion L den frequenzbestimmenden Teil des Röhrengenerators. R_L ist die Rückkopplungsspule. Sie wird auf der einen Seite über einen Einspeisungswiderstand von $R_i = 5 \Omega$ für die Zuführung der Fremdspannung der Frequenz f_1 geerdet und auf der anderen Seite über zwei nichtlineare Schaltelemente D_1 und D_2 mit dem Gitter der Penthode EF 80 verbunden. Zur Variation der Kennlinie der

zusammenwirkenden nichtlinearen Schaltelemente D_1 und D_2 wurde je eine Vorspannung V_1 und V_2 variabler Größe (durch Trockenbatterien realisiert) vor den Dioden geschaltet. Die Einstellung des Arbeitspunktes erfolgte über den regelbaren und kapazitiv überbrückten Kathodenwiderstand R_K . Das Gitter des Generators wurde über einen Widerstand von $1 k \Omega$ geerdet. Über ihn erfolgte die Abnahme der vom Generator erzeugten Wechselspannung der Frequenz f_2 . Bei dem Studium dieser Schaltung wurde auf

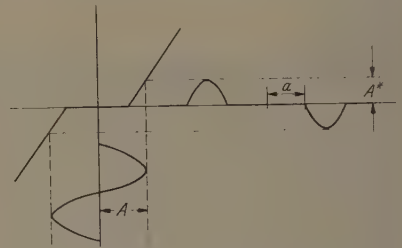


Abb. 12. Kennlinie der Nichtlinearität und ihre Wirkung

Erzielung großer Mitnahmebereiche und hoher Frequenzteilverhältnisse kein besonderer Wert gelegt. Sie diente nur zur Untersuchung der oben erklärten zwei Mitnahmearten.

Das Verhalten eines Generators nach Abb. 11 bezüglich einer Mitnahme der erregten Grundwelle der Frequenz f_2 durch eine Fremdspannung der Frequenz

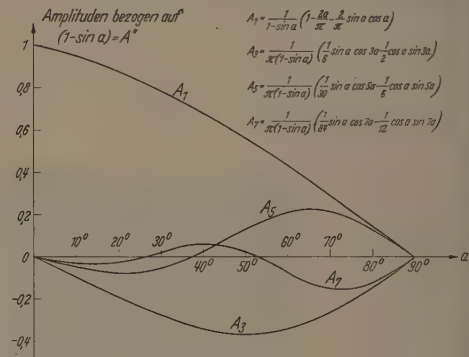


Abb. 13. Oberwellenamplituden des Generators nach Abb. 11

$f_1 = n f_2$ nach der 1. Art läßt sich aus dem Kennlinienverlauf des aus D_1 , D_2 und den Vorspannungsquellen V_1 und V_2 gebildeten nichtlinearen Schaltelementes (s. Abb. 11) berechnen, wenn die Amplitude der Grundwelle die Kennlinie durchsteuert. Gemäß der Abb. 12 entsteht bei einer sinusförmigen Eingangsspannung beim Punkte E , dem Eingang des nichtlinearen Schaltelementes, am Gitter der Röhre eine Abb. 12 dargestellte Spannungs-Zeit-Funktion. Sie ist hinsichtlich der Phase a durch die Spannungsamplitude A der Grundwelle und die Größe der Vorspannungen V_1 und V_2 frei wählbar. Ihre Zerlegung nach FOURIER liefert bei konstanter gehaltenen Amplitude A^* (s. Abb. 12) Oberwellenamplituden A_i , die von der Phase a abhängen. Sie sind in Abb. 13 im Verhältnis $\frac{A_i}{A^*}$ als Funktion der Phase a für Wechselspannungen eingetragen, der

frequenz gegenüber der der Grundwelle dem einfachen (A_1), den dreifachen (A_3), den fünffachen (A_5) und den siebenfachen (A_7) Wert haben. Geradzahlige Vielfache der Grundfrequenz treten im vorliegenden Falle nicht auf.

In Übereinstimmung mit den oben gemachten Ausführungen für das Zustandekommen einer Mitnahme nach der ersten Art ergaben die durchgeführten Messungen, daß sich der Generator bei Überlagerung mit einer Fremdspannung $U'_1 = U_1 \sin(n2\pi f_2 t + \varphi)$ auf einer Grundwelle mitnehmen läßt, wenn $n = 3, 5$ oder 7 ist (s. Abb. 14). Der jeweils erhaltene Mitnahmebereich ist auf der Ordinate von der unteren Frequenzabweichung als Ordinatenursprung aus aufgetragen. Er ist im allgemeinen unsymmetrisch zu der Erregerfrequenz f_{20} des Generators. Weiter konnte in Übereinstimmung mit der Berechnung gezeigt werden, daß der Mitnahmebereich Δf mit der Amplitude U_1 der Fremdspannung linear ansteigt, siehe Abb. 15a. Bei diesen Messungen betrug das Verhältnis der Amplitude U_1 der Abb. 12 zu derjenigen der Fremdspannung U'_1 1:1. Die Amplitude der Fremdspannung wurde so immer wesentlich kleiner gehalten als die der Grundwelle.

Nach den voranstehenden Erörterungen kann eine Mitnahme 1. Art bei Frequenzteilverhältnissen $f_1:f_2$ geradzahlig nicht auftreten, weil sie den Kennlinienverlauf des verwendeten nichtlinearen Schaltendes wiedergebende Potenzreihe keine geradzahligen Exponenten aufweist. Bei der Mitnahme geradzahlige Frequenzteilverhältnisse muß daher eine Mitnahme 2. Art vorliegen. Sie kommt wie oben ausgeführt dann zustande, wenn die Grundwelle überwellenhaltig ist, und sich ihre Oberwellen mit der Steuerspannung an dem nichtlinearen Schaltmittel so mischen, daß ein phasenverschobenes additives Zusatzglied mit der Grundwellenfrequenz auftritt. Die gemessenen Mitnahmeerscheinungen für geradzahlige Frequenzteilverhältnisse zeigen, wie aus Abb. 14 hervorgeht, ein stetiges Anwachsen des Mitnahmebereiches mit wachsender Phase α . Das stimmt mit dem Umstand zusammen, daß mit wachsender Phase α bei konstantem A^* (s. Abb. 12) der Oberwellengehalt der Grundwelle ansteigt und bei genügend dämpfem Schwingungskreis in der Anode der Röhre über den Rückkopplungsweg zu einer Überlagerung mit der Fremdspannung der Frequenz f_1 führt. Eine Mitnahme der 2. Art bedingt daher dann eine Mitnahme bei großen Frequenzteilverhältnissen, wenn über den Rückkopplungsweg Oberwellen hoher Ordnung der Grundwelle gelangen.

Das Auftreten von Mitnahmen bei geradzahligen Frequenzteilverhältnissen weist also die Existenz einer Mitnahme 2. Art nach. Dies folgt aber auch schon aus einer Darstellung der Abhängigkeit des Mitnahmebereiches bei festgehaltener Phase α in Abhängigkeit von der Größe der Fremdspannung U_1 . Es führt nach der Berechnung bei der hier vorliegenden Nichtlinearität zu einem quadratischen Zusammenhang, der sich, wie aus Abb. 15b hervorgeht, auch experimentell ergeben hat.

Nach den oben dargestellten Überlegungen und einer Bestätigung durch die angeführten experimentellen Untersuchungen hängt die Größe der Mitnahmebereiche bei beiden definierten Mitnahmearten direkt von der Amplitude der Fremdspannung U_1 und um-

gekehrt von der Steilheit des Phasenganges des Rückkopplungsweges für die erregte Mitnahmefrequenz ab. Da der Phasengangwinkel des Rückkopplungszweiges einer Mitnahmeschaltung wie beispielsweise nach Abb. 3 in einfacher Weise übersehbar ist, kann aus ihm die Größe des Mitnahmebereiches anschaulich aus

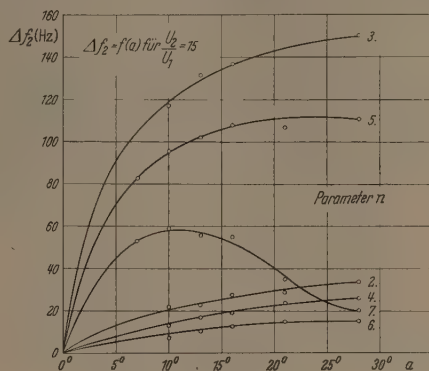


Abb. 14. Meßergebnisse

einer Darstellung nach Abb. 3 entnommen werden, wenn die von der Amplitude U_1 abhängige maximale Phasendrehung nach Abb. 5 bekannt ist. In Abb. 5 ist U_1 durch die Amplitude des sich aus der Berechnung

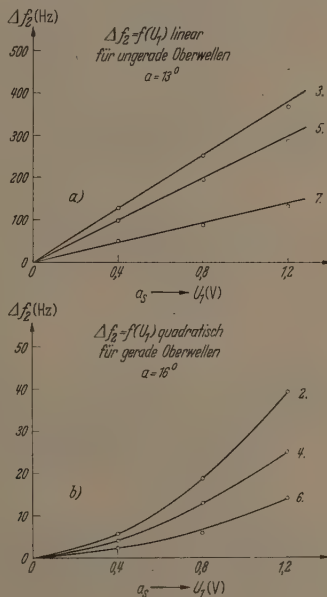


Abb. 15a u. b. Meßergebnisse

ergebenden phasenverschobenen additiven Zusatzglied der erregten Grundfrequenz zu ersetzen.

Das Frequenzteilverhältnis ist bei einer Mitnahme nach der 2. Art mit höherem Teilverhältnis möglich als nach der 1. Art. Hiernach ist im allgemeinen ein um so größeres Frequenzteilverhältnis zu erwarten, je größer die Ordnungszahl der Oberwellen der erregten Grundwelle ist, die durch die vorhandene Nichtlinearität im Generatorkreis entstehen. Die Erregung einer Grundwelle mit hohem Frequenzverhältnis zur Frequenz der Fremdspannung ist daher

vorzugsweise möglich, wenn sich im Rückkopplungsweg ein Hochpaß befindet; denn bei einem Hochpaß werden im eingeschwungenen Zustand des Generators auch die der Grundschwingung überlagerten Oberwellen durch den Rückkopplungsweg hindurch kommen können, so daß die Grundvoraussetzung für eine Mitnahme 2. Art gegeben ist.

III. Anwendung auf einen 10 MHz-Generator

In Anwendung der gewonnenen Erkenntnisse wurde ein Frequenzteiler für ein großes Teilverhältnis bei hohen Frequenzen entwickelt. Sein Schaltbild

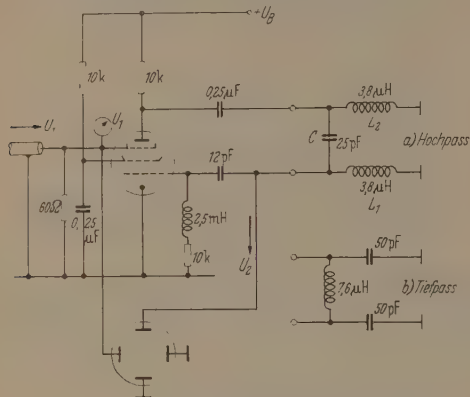


Abb. 16. 10 MHz-Generator mit Hoch- oder Tiefpaß

zeigt die Abb. 16. In ihr wurde für die Röhre eine Penthode EF 42 verwendet. Die Zuleitung der Fremdspannung U_1 der Frequenz f_1 erfolgte über das Bremsgitter der Röhre. Der die Grundfrequenz f_{20}

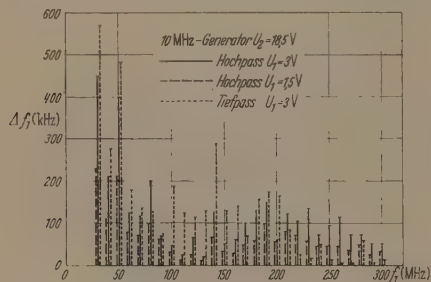


Abb. 17. Meßergebnisse

festlegende Schwingungskreis ist durch den Kondensator C und die hintereinander geschalteten Spulen L_1 , L_2 gegeben. Die Schaltelemente dieses Kreises sind als Hochpaß zwischen Anode und Gitter der Röhre geschaltet und bilden daher selbst den Rückkopplungsweg. Als nichtlineares Schaltmittel diente direkt die wie ein Audion geschaltete Gitter-Kathodenstrecke. Die erregte mitgenommene Frequenz f_2 wurde in den 10 MHz-Bereich gelegt.

Wie in die Abb. 17 wiedergegebenen Meßergebnisse zeigen, gelingt es, mit einer derartigen Schaltung eine Mitnahme mit Fremdspannungsfrequenzen von f_1 bis zu 300 MHz zu verwirklichen. Die erhaltene Grenze ist vermutlich durch die Eigenschaften der Verwendeten Penthode EF 42 bestimmt. Es ist daher zu erwarten, daß mit Röhren, die sich für noch höhere

Frequenzbereiche eignen, Frequenzteilungen nach diesem Prinzip auch noch für höhere Frequenzbereiche möglich sind. In der Darstellung sind die Mitnahmebereiche auf der Ordinate in Abhängigkeit von der Frequenz f_1 aufgetragen. Dabei beziehen sich die gestrichelten Linien auf eine Fremdspannung von $U_1 = 1,5$ V und die ausgezogenen auf eine solche von $U_1 = 3$ V. Die mitgenommene Wechselspannung der Frequenz f_2 betrug etwa 18,5 V und lag bei etwa 10 MHz.

In Übereinstimmung mit den Ausführungen S. 461 unten war zu erwarten, daß bei einer Schaltung in der der frequenzbestimmende Kreis, wie in Abb. 16 gezeigt, als Tiefpaß ausgebildet ist, die Frequenzteilung für höhere Teilverhältnisse unsicher wird und der Teiler bei kleineren Frequenzverhältnissen aufhört als im ersten Fall. Dies zeigt die Abb. 16 durch die punktierten Linien, die sich auf eine Schaltung nach Abb. 16 mit dem Tiefpaß nach Abb. 16 an Stelle des Hochpasses beziehen. Die einzelnen der Abb. 17 gezeichneten senkrechten Linien gehören gruppenweise zu einer vielfachen Frequenz der erregten Grundschwingung.

Zusammenfassung

Auf der Grundlage experimenteller Ergebnisse einer Frequenzteilerschaltung nach dem Prinzip des sog. harmonischen Frequenzteilers wird gezeigt, daß sich in einfacher Weise anschaulich übersehen läßt, von welchen physikalischen Größen der Mitnahmebereich und das Frequenzteilerverhältnis abhängen. Und zwar ergab sich, daß der Mitnahmebereich direkt mit der Größe der Spannungsamplitude derjenigen Wechselspannung zusammenhängt, durch die die Mitnahme erfolgt und daß sie um so größer ist, je geringer die Steilheit des Phasenganges des Rückkopplungsvierpols an der Stelle der Frequenz der erregten Grundwelle ist. Es wird ferner gezeigt, daß die Mitnahme bei einem harmonischen Frequenzteiler auf zwei unterscheidbare Arten möglich ist, die als Mitnahmeerscheinung 1. und 2. Art bezeichnet werden. Für die 1. Art zeigt sich, daß mit einer Mitnahme 2. Art höhere Teilverhältnisse erzielt werden können als mit einer 1. Art. In Anwendung der gewonnenen Erkenntnisse wurde ein Frequenzteiler entwickelt, der sich auf einer erregten Grundwelle von 10 MHz mit einer EF 42 noch mit Wechselspannungen bis zu einer Frequenz von 300 MHz in einem Bereich von 50 kHz stabil mitnehmen läßt.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für angewandte Physik der Universität Kiel in den Jahren 1955 bis 1957 angefertigt. Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. W. KROEBEL, möchte ich für die interessante Aufgabenstellung, für sein ständiges Interesse und die Förderung der Arbeit besonders herzlich danken.

Literatur: [1] MÖLLER, H. G.: Jb. drahtl. Telegr. 17, 4 (1921). — [2] WINTER-GÜNTHER, H.: Z. Hochfrequenztech. 37, 39 (1931). — [3] URTEL, R.: Z. techn. Phys. 19, 4 (1938). — [4] HUDEC, E.: TET 27, 185 (1938). — [5] KIRSTEIN, F.: Elektr. Nachr.-Techn. 20, 29 (1943). — [6] FACK, Frequenz 6, 141 (1952). — [7] THIESSEN, P.: Techn. Hausm. des NWDR 1955, H. 3, 4, 5 u. 6. — [8] DUBBEL, H.: Maschinenbau, Bd. I, S. 114. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956.

Dr. KURT SCHLICHTING,
Institut für angewandte Physik
der Universität Kiel

Die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel bei Platinwiderstandsthermometern im Temperaturbereich von 20 bis 90° K *

Von HERMANN SCHULTZ

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 17. Juli 1957)

Die besondere Bedeutung des Platinwiderstandsthermometers für exakte Temperaturmessungen im Temperaturbereich von -183°C bis etwa 600°C liegt in zwei Eigenschaften begründet:

1. Die hohe Konstanz und Reproduzierbarkeit des Widerstandes, die durch die chemische Beständigkeit des Platins gegeben ist.

2. Die bequeme Eichbarkeit, die damit zusammenhängt, daß sich die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes von Pt in einem weiten Temperaturbereich sehr genau durch eine einfache mathematische Beziehung wiedergeben läßt, nämlich durch die quadratische Funktion $R_t = R_0 (1 + A \cdot t + B t^2)$, die unterhalb 0°C durch ein Zusatzglied zu ergänzen ist.

Bei Temperaturen unterhalb 90°K ist dieser einfache mathematische Zusammenhang zwischen Widerstand und Temperatur nicht mehr gegeben, da der Widerstand der Metalle bei tiefen Temperaturen mit ihrer hohen Potenz von T abfällt und der Einfluß von Verunreinigungen in Form eines „Restwiderstandes“ mit sinkender Temperatur immer stärker ins Gewicht fällt und die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes als Folge unterschiedlicher Verunreinigungen für jedes Thermometer anders ausfällt.

Unterhalb 20°K wird der Temperaturkoeffizient des Widerstandes auf Grund des vorherrschenden Einflusses des Restwiderstandes so gering, daß der Gebrauch des Pt-Widerstandsthermometers unterhalb 90°K aus diesem Grunde nicht mehr sinnvoll ist.

Da unterhalb 90°K kein einfacher mathematischer Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand gegeben ist, entfällt die Möglichkeit, ein Pt-Thermometer mit Hilfe weniger Temperaturfixpunkte zu eichen, und es bleibt nichts anderes übrig, als durch Vergleich mit einem Gasthermometer eine von Grad zu Grad fortschreitende Tabelle für die Widerstandswerte des Pt-Thermometers aufzustellen.

Ist eine derartige Tabelle einmal aufgestellt, so kann man bei geringen Genauigkeitsansprüchen ein feines Pt-Thermometer mit Hilfe der Matthiessenschen Regel an die tabellierten Werte anschließen. Leider sind gerade in diesem Temperaturbereich die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel besonders stark, so daß sowohl in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (F. HENNING [1]) als auch im Bureau of Standards (H. J. HOGE [2]) nach anderen in empirischen Formeln gesucht wurde, die einen besseren Anschluß ermöglichen.

Nun haben neuere theoretische [3], [4], [5] und experimentelle Arbeiten [6], [7] zu einem besseren Verständnis für die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel geführt. Im folgenden soll gezeigt werden, daß die Meßergebnisse von HOGE und BRICKWEDDE [8] (Bureau of Standards) über das Verhalten

mehrerer Pt-Widerstandsthermometer im Temperaturbereich von 10 bis 95°K der Theorie der Abweichungen von der Matthiessenschen Regel entsprechen.

Die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel lassen sich durch Einführung eines Zusatzgliedes $\Delta(T)$ berücksichtigen:

$$\varrho(T) = \varrho_i(T) + \varrho_R + \Delta(T) \quad (1)$$

ϱ_i = Idealwiderstand,

ϱ_R = Restwiderstand.

Bei den mehrwertigen Metallen, bei denen die elektrischen Leitungsvorgänge durch eine Zweibänder-

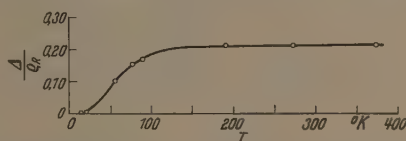


Abb. 1. Die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel $\Delta(T)$ bezogen auf den Restwiderstand ϱ_R für eine kaltverformte W-Probe. $\varrho_R/\varrho(273) = 0,11$. Die Meßpunkte liegen auf einer Kurve, die durch Gl. (3) mit $\beta = 0,222$ und $\gamma = 0,509$ wiedergegeben werden kann

theorie beschreibbar sind, läßt sich nach SONDHEIMER und WILSON [3] folgende einfache Näherungsformel für $\Delta(T)$ angeben:

$$\Delta(T) = \beta \cdot \gamma \frac{\varrho_R \cdot \varrho_i}{\beta \cdot \varrho_R + \gamma \cdot \varrho_i} \quad (2)$$

Diese Beziehung (2) ist bei den Metallen Wolfram und Blei experimentell geprüft worden [6], [7]. Sie hat

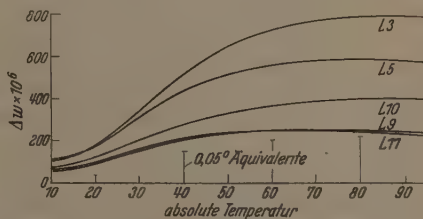


Abb. 2. Vergleich von sechs Platinwiderstandsthermometern nach HOGE und BRICKWEDDE [Bur. Stand. J. Res. 22, 351 (1939)]. $\Delta W_i = W_i - W_{L6}$; $W = R/R(273)$

sich dabei gut zur Beschreibung der Abweichungen von der Matthiessenschen Regel geeignet. Eine derartige experimentelle Kurve für Wolfram ist in Abb. 1 wiedergegeben. Zum Vergleich sind in Abb. 2 die Ergebnisse von HOGE und BRICKWEDDE [8] über die Unterschiede zwischen mehreren Pt-Widerstandsthermometern im Temperaturbereich von 10 bis 95°K dargestellt. Es ist ersichtlich, daß zumindest qualitativ der Temperaturgang der Kurven in Abb. 2 der Kurve von Abb. 1 ähnlich ist.

Wir haben nun geprüft, wieweit man die Ergebnisse von HOGE und BRICKWEDDE (Abb. 2) auch quantitativ durch eine Gleichung der Form (2) wiedergeben kann.

* Vorgetragen auf dem 21. Deutschen Physikertag in München 1956.

Dazu ist es zweckmäßig, das Verhältnis der Widerstände $\varrho(T)/\varrho(273) = r(T)$ und $\varrho_i(T)/\varrho_i(273) = r_i(T)$, sowie $\varrho_R/\varrho(273) = z_0$ einzuführen.

Es läßt sich dann aus den Gln. (1) und (2) und unter Berücksichtigung der Ausführungen in (6) folgende Beziehung ableiten:

$$\frac{r - r_i}{1 - r_i} = z_0 \cdot \left\{ 1 + \frac{a \cdot b \cdot r_i(T)}{b + a \cdot r_i(T)} \right\}$$

oder wenn $b/a = c$ gesetzt wird.

$$\frac{r - r_i}{1 - r_i} = z_0 \cdot \left\{ 1 + \frac{a \cdot r_i(T)}{1 + c \cdot r_i(T)} \right\}. \quad (3)$$

Der Ausdruck auf der linken Seite von (3) ist bei strenger Gültigkeit der Matthiessenschen Regel gleich dem Restwiderstandsverhältnis (z) (s. W. MEISSNER [9]).

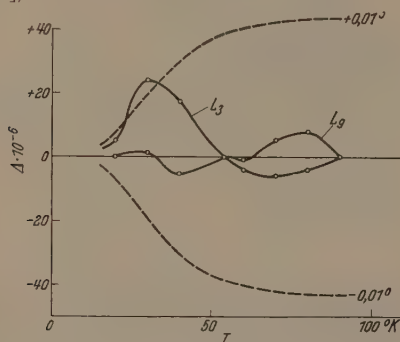


Abb. 3. Vergleich von gemessenen und berechneten Werten für die Thermometer L_3 und L_9 . $\Delta = r_{\text{gemessen}} - r_{\text{berechnet}}$; $r = R/R(273)$

Bei Berücksichtigung der Abweichungen von der Matthiessenschen Regel ergibt sich Gl. (3) mit drei Konstanten (z_0 , a und c). Dabei ist z_0 das Restwiderstandsverhältnis für $T \rightarrow 0$. Es ergibt sich aus einer Messung bei hinreichend tiefen Temperaturen, wo gilt:

$$\frac{a \cdot r_i(T)}{1 + c \cdot r_i(T)} \ll 1.$$

Das ist für $T \leq 10^\circ \text{K}$ der Fall. Die Konstanten a und c lassen sich dann durch zwei weitere Messungen etwa bei der Erstarrungs- und Siedetemperatur des Sauerstoffs (54 und 90°K) ermitteln.

Allerdings ist es für die praktische Anwendung von Gl. (3) erforderlich, über eine verlässliche von Grad zu Grad fortschreitende Tabelle für $r_i(T)$ zu verfügen.

Die Meßergebnisse von HOGE und BRICKWEDDE wurden nun versuchsweise in folgender Weise mit Gl. (3) verglichen:

Für das Thermometer L_6 , das den niedrigsten Restwiderstand aufwies, und für das die Widerstandsverhältnisse $r(T)$ tabelliert vorliegen, wurden die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel vernachlässigt und $r_i(T)$ gemäß

$$r_i(T) = \frac{r(T) - z}{1 - z}$$

berechnet. Dabei wurde für $20,4^\circ \text{K}$ der Wert $r_i = 0,00440$ zugrunde gelegt, ein Wert der für sehr reines Platin sowohl von W. MEISSNER als auch von HOLBORN übereinstimmend angegeben wurde [9].

Für alle anderen Thermometer wurde dann $r(T)$ gemäß Gl. (3) berechnet, wobei die Konstanten z_0 , a , c

aus den Meßwerten bei 10 , 55 und 90°K ermittelt wurden.

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{r - r_i}{1 - r_i} = z(T)$$

und

$$\frac{z(T) - z_0}{z_0} = \Delta(T),$$

so ergeben sich die Konstanten a und c aus zwei Messungen bei den Temperaturen (T_1) und (T_2) gemäß Gl. (3) zu:

$$c = \frac{\Delta(T_1) - \Delta(T_2) \frac{r_i(T_1)}{r_i(T_2)}}{\frac{r_i(T_1)}{r_i(T_2)} [\Delta(T_2) - \Delta(T_1)]}$$

und

$$a = \frac{\Delta(T_2)}{r_i(T_2)} \{ c \cdot r_i(T_2) - 1 \}.$$

In Tabelle 1 sind für das Thermometer L_3 die von HOGE und BRICKWEDDE gemessenen Werte und die gemäß Gl. (3) berechneten Werte gegenübergestellt. Die Differenz zwischen berechneten und gemessenen Werten ist außerdem graphisch in Abb. 3 aufgetragen.

Tabelle 1. Platinwiderstandsthermometer L_3

T [°K]	r (gemessen)	r (berechnet)	Δ
20	0,006696	0,006691	5
30	0,019796	0,019772	24
40	0,044482	0,044465	17
54	0,093343	0,093343	0
60	0,117278	0,117282	-4
70	0,159167	0,159173	-6
80	0,202127	0,202131	-4
90	0,245504	0,245504	0

Die Differenzkurven sind für die Thermometer L_5 und L_{10} sehr ähnlich der für L_3 , für L_9 ist sie wesentlich kleiner. Die größte Differenz bei etwa 30°K entspricht etwa $0,01^\circ$ Temperaturdifferenz. Der für die Thermometer L_3 , L_5 und L_{10} annähernd übereinstimmende Gang der Differenzkurve läßt darauf schließen, daß in dem Verfahren noch ein gemeinsamer systematischer kleiner Fehler enthalten ist, der vermutlich darin zu suchen ist, daß bei der Berechnung der $r_i(T)$ die Werte der Abweichungen von der Matthiessenschen Regel vernachlässigt werden mußten. Diese Vernachlässigung wäre besser gerechtfertigt, wenn die $r_i(T)$ Werte an noch reinerem Platindraht bestimmt werden könnten.

Zu bemerken ist, daß es neben den Abweichungen von der Matthiessenschen Regel auf Grund des Zweibändermodells, die hier allein berücksichtigt wurden, auch noch Abweichungen im Falle von Einbänderleitung gibt. Diese Abweichungen sind von SONNEDMER [10] numerisch berechnet worden und an Gold und Silber auch experimentell nachgewiesen worden [11]. Diese Abweichungen von der Matthiessenschen Regel, die natürlich auch bei der Zweibänderleitung für jedes Band einzeln auftreten sollten, sind aber von einer Größenordnung kleiner und sind nur in dem Temperaturbereich von Null verschieden, wo der Restwiderstand ungefähr gleich dem Idealwiderstand ($r_i \approx z$). Für die hier zur Diskussion stehenden reinen Pt-Drähte mit niedrigem Restwiderstand sollte dieser Effekt also, wenn überhaupt, dann nur im Temperaturbereich von 10 bis 20°K eine Rolle spielen.

Zusammenfassung

Neuere theoretische und experimentelle Untersuchungen haben gezeigt, daß sich die Abweichungen von der Matthiessenschen Regel theoretisch verstehen und mathematisch formulieren lassen. Eine eingehende Analyse älterer Messungen von HOGE und RICKWEDDE (Bureau of Standards) über das Verhalten mehrerer Pt-Widerstandsthermometer im Temperaturbereich von 10 bis 95° K zeigt, daß diese der Theorie der Abweichungen von der Matthiessenschen Regel entsprechen.

Darüber hinaus wird auf die Möglichkeit hingewiesen, unter Zugrundelegung dieser Theorie ein Pt-Widerstandsthermometer an den „Idealwiderstand“ $\varrho_i(T)$ des Platins im Temperaturbereich von 10 bis 90° K mit Hilfe dreier Anschlußmessungen bei 10° K (bzw. 4,2° K), 54 und 90° K anzuschließen.

Herrn Professor Dr. KRAUTZ danke ich für sein förderndes Interesse.

Literatur: [1] HENNING, F.: Temperaturmessung, 2. Aufl., S. 101. Leipzig 1955. — [2] HOGE, H. J.: Rev. Sci. Instrum. **21**, 815 (1950). — [3] SONDHEIMER, E. H., and A. H. WILSON: Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A **190**, 435 (1947). — [4] KOHLER, M.: Z. Physik **126**, 495 (1949). — [5] WILSON, A. H.: The Theory of Metals, 2. Aufl., S. 310. Cambridge 1954. — [6] KRAUTZ, E., u. H. SCHULTZ: Z. Naturforsch. **9a**, 125 (1954). — [7] KRAUTZ, E., u. H. SCHULTZ: Abh. braunschw. wiss. Ges. **8**, 55 (1956). — [8] HOGE, H. J., and F. G. BRICKWEDDE: Bur. Stand. J. Res. **22**, 351 (1939). — [9] MEISSNER, W.: Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 11/2. 1935. — [10] SONDHEIMER, E. H.: Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A **203**, 75 (1950) (s. auch [5]). — [11] KRAUTZ, E., u. H. SCHULTZ: Physikertag. Augsburg 1956 (erscheint demnächst in Z. Naturforsch.).

Dr. HERMANN SCHULTZ,
Osram-Studiengesellschaft, Augsburg

Berichte

Probleme des Strahlenschutzes bei der friedlichen Anwendung der Atomenergie

Von Robert G. JAEGER

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 26. März 1957)

Zur zivilisatorischen Versorgung der 2 Milliarden und 600 Millionen Erdbewohner, zu denen pro Jahr bis 30 Millionen hinzukommen, reichen als Energiequellen Kohle und Öl nicht mehr allzulange aus. Gerade zur rechten Zeit wird es möglich, aus der Kernspaltung neue Energiequellen zu erschließen. Daß diese zur Vernichtung der Menschheit mißbraucht werden können, ist nicht die Schuld der Naturwissenschaft und Technik. Wie bei einer kriegerischen Verwendung der Kernenergie der Strahlenschutz geltend werden müßte, gehört nicht zum Gegenstand dieses Berichtes, doch ist es vorläufig noch notwendig, die aus den Testabwürfen von Atombomben freiernde Radioaktivität zu berücksichtigen. Es hat sich gezeigt, daß auch dann, wenn wir in Friedenszeiten „durch Atome leben“ wollen, zahlreiche schwerwiegende Probleme zu lösen sind, über deren augenblicklichen Stand im folgenden zusammenfassend berichtet werden soll.

Während in der Zeit kurz nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen und der Radioaktivität zunächst nur ein kleiner Kreis von Physikern, Medizinern, Ingenieuren und Forschern aus verschiedenen Zweigen der Naturwissenschaft mit energiereicher Strahlung in Berührung kam, ist inzwischen der Strahlenschutz dadurch zu einem höchst aktuellen Gebiet geworden, daß durch die Entdeckung und Nutzbarmachung der Kernspaltung und der Herstellung künstlich radioaktiver Isotope eine Gefährdung weiterer Bevölkerungskreise oder sogar großer Teile der Menschheit auftreten kann. Durch diese Tatsache ist eine Diskussion über die Fragen des Strahlenschutzes in breitem Rahmen erfolgt, und zum Teil an Hand ausreichender Meßergebnisse öffentlich diskutiert worden, daß eine ernsthafte Beunruhigung entstanden

ist. Eine solche ist ebenso zu vermeiden wie eine Bagatelisierung der Gefahren, die heute im Bereich des Möglichen liegen.

Die Grundaufgaben des Strahlenschutzes sind im wesentlichen die folgenden:

1. Die Aufstellung höchstzulässiger Dosen für äußere und innere Einstrahlung und die Entwicklung geeigneter Meßmethoden und Meßgeräte.

2. Praktische Strahlenschutzmaßnahmen bei allen Anwendungen energiereicher Strahlung und Gesundheitskontrollen auf Grund von Richtlinien, Gesetzen oder Verordnungen. Der Schutz umfaßt sowohl die Arbeitsplätze wie die mit der Strahlung beschäftigten Personen, die Umgebung der Strahlungsanlagen und der gesamten Bevölkerung.

Die Bearbeitung aller damit zusammenhängenden Fragen betrifft eine große Anzahl von Berufen wie Physiker, Chemiker, Ingenieure, Radiologen, Ärzte und Biologen, Genetiker, Hygieniker, Meteorologen, Geologen, Juristen, Versicherungsfachleute und viele andere sowie alle Behörden und Organisationen (Berufsgenossenschaften, Gewerbeaufsichtsämter), denen der Arbeitsschutz und der Gesundheitsschutz der Bevölkerung obliegt.

Die Aufstellung zulässiger Dosen und die verwendeten Dosismaße

Die maximal zulässigen Dosen liegen zweifellos zwischen den beiden Grenzen, die einmal durch das natürliche Strahlenniveau (radiation background), zum anderen durch die Höhe der signifikanten Strahlenschäden gegeben sind.

Zur Angabe der Höhe dieser Dosen muß zunächst bekannt sein, welche Maßgrößen dafür in der Praxis

verwendet werden. Als Dosismaße sind zur Zeit in Gebrauch

das rad („radiation absorbed dose“),

das Röntgen (r)

das rem (roentgen equivalent man),

außerdem als Maß der Aktivität radioaktiver Stoffe das Curie (c).

Die Bedeutung dieser Größen sei kurz erläutert.

Das rad. Als eine für alle Strahlenarten und Strahlenenergien gültige Dosis kann die einer kleinen Gewebemasse Δm zugeführte Energie der Strahlung ΔW , dividiert durch diese Masse, betrachtet werden. Dann gilt für diese, als „absorbed dose“ oder in Deutschland auch als Energiedosis bezeichnete Größe, die Beziehung

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m} = \frac{\Delta W}{\rho \cdot \Delta v}, \quad (1)$$

wobei ρ die Dichte ist und Δm wie Δv Grenzwerte darstellen.

Die international vorgeschlagene Einheit ist

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg/g} = 0,01 \text{ J/kg}.$$

Eine direkte Messung der Dosis in rad ist im praktischen Betrieb nicht möglich. Aus diesen Gründen bedient man sich schon seit seiner internationalen Einführung im Jahre 1928 des auf der Ionisation der Luft beruhenden „Röntgen“ (r), das nach seiner jetzigen Definition nur für Röntgen- und Gammastrahlung bei Elektronengleichgewicht und unter der Voraussetzung gültig ist, daß die Reichweite der Sekundärelektronen klein ist gegen $1/\mu$, wobei μ der Schwächungskoeffizient der Photonenstrahlung ist (vgl. R. JAEGER [25]). Sieht man von diesen einschränkenden Forderungen ab, so kann man das Röntgen auch als Einheit der Dosis für andere Strahlen, wie Alpha- und Betastrahlen, sowie bei hohen Energien an Grenzflächen verwenden. Für den zugrundeliegenden Dosisbegriff ist die Bezeichnung „Ionendosis“ vorgeschlagen worden (HOLTHUSEN [21]); sie hat die physikalische Größe

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta m} = \frac{\Delta Q}{\rho \cdot \Delta v}, \quad (2)$$

wobei ΔQ die in dem Massenelement Luft bei Normalbedingungen entstehende Ionenladung ist (vgl. KOHL-RAUSCH, Lehrbuch der praktischen Physik, Bd. 2, 1956) und für Δm und Δv das gleiche gilt wie bei Gl. (1)¹.

Das Energieäquivalent des Röntgen hat folgenden Wert, unabhängig davon, ob man die Einhaltung der oben erwähnten Einschränkungen für die Standardmessung des Röntgen bei kleineren Energien berücksichtigt oder nicht:

1 r entspricht der Bildung von $2,09 \cdot 10^9$ Ionenpaaren in 1,293 mg Luft (entsprechend 1 cm³ Luft im physikalischen Normalzustand).

¹ Bei einigen der hier gebrachten Formulierungen für die Begriffe und Einheiten der Dosis wurde besonderer Wert darauf gelegt, sie in das Internationale Einheitensystem der Meterkonvention einzubauen. Sie weichen zum Teil von den zur Zeit international üblichen Formulierungen ab und sind das Ergebnis von Diskussionen mit den Herren FRÄNZ, HÜBNER, POHL und STILLE sowie BERGER-Erlangen. Ihnen sei an dieser Stelle bestens gedankt.

Umgerechnet auf 1 g Luft ist 1 r gleichbedeutend mit der Bildung von $1,61 \cdot 10^{12}$ Ionenpaaren oder 1 der Annahme der neueren Werte für die Energie zur Bildung eines Ionenpaares von 34,0 eV bzw. 0,544 10^{-10} erg gleichbedeutend mit rund 0,88 erg/g Luft.

Für andere Stoffe als Luft, wie auch Gewebe, diese Beziehung energieabhängig.

Die *Dosisleistung* ist die Dosis in Röntgen oder rad dividiert durch die Zeit. Ob man bei Strahlenschutzmessungen besser die Dosis oder die Dosisleistung stimmt, ergibt sich aus der jeweiligen Aufgabe.

Der Zusammenhang zwischen der allgemein formulierten Ionendosis und der in dem Stoff (Gewebe) vorhandenen Energiedosis D wird durch die BRAG-GRAYsche Beziehung wiedergegeben, die in diesem Fall folgendermaßen lautet:

$$D = J \cdot U_w \cdot s.$$

Dabei ist U_w die Energie pro Ionenpaar und s das Verhältnis des auf die Masse bezogenen Elektronenbremsvermögens des Stoffes (Phantom, Gewebe) zum des Meßgases. Bei den Angaben der zulässigen Dosen vor allen Dingen *gemischter Strahlung* wird eine weitere Größe verwendet, die als *rem* (roentgen equivalent man) bezeichnet wird. Sie ist diejenige Dosis (absorbed dose) irgendeiner ionisierenden Strahlung, die die gleiche biologische Wirkung hat wie ein r einer Röntgenstrahlung mit einem durchschnittlichen Energieumsatz in Wasser von etwa 3,5 keV pro Mikron. Die zulässige Dosis in rem erhält man durch Multiplikation der zulässigen Dosis in rad mit dem Faktor der relativen biologischen Wirksamkeit (RBW). Dieser Faktor ist nicht nur organabhängig, sondern auch eine Funktion vieler anderer Faktoren. Für Strahlenschutz Zwecke international vorgeschlagene überschlägige Werte des RBW-Faktors zeigt die Tabelle 1. Das „rem“ ist vor allem notwendig für die Angabe der zulässigen Dosen *gemischter Strahlung*, bei der für die einzelnen Partner verschiedene RBW-Faktoren berücksichtigt werden müssen.

Tabelle 1. RBW-Werte²

Strahlenart	RBW-Faktor	
	ICRP	USSR
Röntgenstrahlen	1,0	1,0
Gammastrahlen		
Betastrahlen		
Thermische Neutronen		5
Schnelle Neutronen	10 (bis 10 MeV)	10 (bis 10 MeV) 20 (bis 20 MeV)
Protonen bis 10 MeV	10	10
Natürlich vorkommende Alpha-Teilchen	zu vergleichen mit 0,1 μ c Ra; sonst 10	10
Schwere Rückstoß-Teilchen	20	—

Die zulässigen „Mengen“ radioaktiver Isotope im Gesamtkörper oder kritischen Organ sowie in Wasser oder Luft werden in den internationalen Strahlenschutzempfehlungen in Curie (c) pro g, pro cm³ oder pro l (Liter) angegeben³.

² Nach W. BINKS [1].

³ Die Einheit der Aktivität im Internationalen Einheitensystem ist die reziproke Sekunde (s⁻¹). Die Aktivität $A = 3700 \cdot 10^{10} \cdot \text{s}^{-1}$ heißt 1 Curie (c).

Tabelle 2. Dosiskonstanten I_γ einiger γ -Strahler in $\frac{\text{r}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{c}}$. (Nach S. KINSMANN [28])

Isotop	Kern-Gamma-Strahlung in MeV					I_γ
²² Na	1,28 (1)					1,26
²⁴ Na	1,38 (1)	2,76 (1)				1,93
⁵² Mn	0,73 (1)	0,94 (1)	1,46 (1)			1,92
⁵⁹ Fe	0,2 (0,03)	1,1 (0,57)	1,3 (0,43)			0,65
⁵⁸ Co	0,81 (1)					0,56*
⁶⁰ Co	1,17 (1)	1,33 (1)				1,32
⁶⁴ Cu						0,114
¹³¹ I	0,080 (0,063)	0,284 (0,063)	0,364 (0,809)	0,637 (0,093)	0,722 (0,028)	0,231
¹³⁷ Cs	0,661 (0,92)					0,356
¹⁹² Ir	20 bekannte Linien von 1,136 bis 1,157 MeV					0,51
¹⁹⁸ Au	0,411 (1)	0,68 (0,013)	1,09 (0,0025)			0,248
²²⁶ Ra**	Viele bekannte Linien					0,84***

* Das Radio-Isotop hat eine dem Elektroneneinfang folgende Röntgenstrahl-Emission, deren Beitrag zu I_γ bei 1 m Abstand vernachlässigbar ist, aber nicht mehr bei 1 cm. Selbstabsorption ist vernachlässigt.
** Mit 0,5 mm Pt-Filter im Gleichgewicht mit den Zerfallsprodukten.
*** Mittel aus den besten Meßergebnissen. (Die eingeklammerten Zahlen geben die Zahl der Photonen der entsprechenden Energie an, die pro Zerfallsakt abgegeben werden.)

Als Maß für die Strahlungsleistung größerer Mengen“ von radioaktiven Spaltprodukten hat sich das MeV-Curie bewährt. Darunter ist das Produkt aus der mittleren Zerfallsenergie in MeV und der Aktivität in Curie zu verstehen. Die Größe hat die physikalische Dimension einer Leistung. Es gilt:

1 MeV-Curie = rund $6 \cdot 10^{-3}$ Watt (vgl. Abb. 6).

Die Dosiskonstante von Gammastrahlern

Um aus der Aktivität von Gammastrahlern auf die Dosis schließen zu können, bedient man sich der Dosiskonstanten.

Die Dosiskonstante von Gamma-Strahlern I_γ wird definiert als die Dosisleistung i_γ (exposure dose rate) gemäß den derzeitigen internationalen Empfehlungen), welche die Strahlung im Abstand a von der punktförmig gedachten Strahlenquelle bewirkt, multipliziert mit dem Quadrat des Abstandes a , dividiert durch die Aktivität A_γ des Strahlers:

$$I_\gamma = \frac{i_\gamma \cdot a^2}{A_\gamma}$$

Mißt man die Dosisleistung in Röntgen/Stunde (r/h), die Entfernung a in Metern (m) und die Aktivität A_γ in Curie (c), so ergibt sich als Einheit der Dosiskonstanten I_γ :

$$\frac{\text{Röntgen}}{\text{Stunde}} \cdot \frac{\text{Quadratmeter}}{\text{Curie}} \left(\frac{\text{r}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{c}} \right).$$

Eine Reihe von Dosiskonstanten ist in Tabelle 2 zusammengestellt. I_γ wird mitunter auch in anderen Einheiten angegeben, z. B. in Röntgen je Stunde (r/h) und je Millicurie (mc) in 1 cm Abstand, also in $\frac{\text{r}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{mc}}$. Der Zahlenwert in diesen Einheiten ist gleich dem Zehnfachen der in Tabelle 2 angegebenen Werten in $\frac{\text{r}}{\text{h}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{c}}$.

Die in Tabelle 2 zusammengestellten Werte gelten für ungefilterte Strahlung außer bei Radium, dessen Dosiskonstante auf 0,5 mm Pt-Filter bezogen ist.

Bezüglich der Einheiten der Neutronendosimetrie vgl. K. G. ZIMMER [55]. In den Strahlenschutzempfehlungen wird nicht die Dosis in einer ihrer Ein-

heiten angegeben, sondern der zulässige Neutronenfluß (n/cm² · sec) für Neutronen verschiedener Geschwindigkeit (vgl. Tabelle 8).

Das natürliche Strahlenniveau

Die zulässigen Dosen für energiereiche Strahlung liegen zwischen dem Niveau der natürlichen Umgebungsstrahlung (background) und solchen Dosen, die signifikante Schäden hervorrufen. Die Tatsache, daß die zulässigen Dosen immer näher an das Niveau der natürlichen Umgebungsstrahlung herangerückt

Tabelle 3. Dosis der natürlichen Einstrahlung an den Gonaden der Bevölkerung für ein Gebiet „normaler“ Bodenaktivität. (Nach F. W. SPIERS [53])

Strahlenquelle		Dosis an den Gonaden in mrad pro Jahr
<i>Äußere Einstrahlung</i>		
terrestrisch	Kosmische Strahlung (Seehöhe)	28
	Lokale Gammastrahlung . . .	43
	(Leeds, 78 mrad pro Jahr im Hause, 48 mrad im Freien) .	
	Radon in Luft ($3 \cdot 10^{-13}$ c/l) . .	1
<i>Innere Einstrahlung</i>		
körper-eigen	Kalium 40 (⁴⁰ K)	20
	Kohlenstoff (¹⁴ C)	1
	Radon + Zerfallsprodukte . .	2
Gesamtdosis pro Jahr		95
Gesamtdosis in 30 Jahren		2850

sind, und die Notwendigkeit, die Höhe der heutigen Strahlenbelastung der Bevölkerung zu kennen, um in späterer Zeit feststellen zu können, ob sich dieses Niveau in merklicher Weise infolge der zahlreichen Anwendungen der Atomenergie gehoben hat, machen es erforderlich, die natürliche Umgebungsstrahlung sowie den zur Zeit vorhandenen Strahlungseinfluß zivilisatorischen Ursprungs in den verschiedenen Ländern zu erforschen. Eine Zusammenstellung der Einzelfaktoren der natürlichen Umgebungsstrahlung zeigt Tabelle 3, die auf Arbeiten von SPIERS-LEEDS zurückgeht (F. W. SPIERS [53]).

Für die lokale Gammastrahlung wurden 43 mrad pro Jahr eingesetzt; aus Messungen von HULTQUIST-Stockholm geht ebenso wie aus neueren Messungen

von SPIERS jedoch hervor, daß in Betonhäusern mehr als die doppelte Dosis auftreten kann. Alle in der Tabelle verzeichneten Werte dürfen nur als ungefähre Mittelwerte angesehen werden. Die Internationale Strahlenschutzkommission hat auf Grund der vorliegenden Messungen vorgeschlagen, die Dosis von etwa 4000 mrad in 30 Jahren an den Gonaden der Bevölkerung als konventionellen Richtwert anzusetzen, dem eine besondere Bedeutung für die Abschätzung derjenigen Dosis zukommt, die die Gesamtbevölkerung infolge zivilisatorischer Strahlungseinflüsse in der gleichen Zeit erhält (s. später).

Signifikante Strahlenschäden

Während die untere Grenze der Strahlenbelastung durch die eben erwähnte natürliche Einstrahlung gegeben ist, wird die obere Grenze zulässiger Strahlenbelastung auf alle Fälle unterhalb derjenigen Dosen liegen müssen, bei denen signifikante Strahlenschäden auftreten oder zu erwarten sind. Auch dabei stellt heute die Einverleibung strahlender Materie (Inkorporation, Ingestion) gegenüber der äußeren Einstrahlung die größere Gefahr dar.

Bei der Festlegung zulässiger Dosen war man im Lauf der Jahre auf Grund der Erfahrungen gezwungen, mit der Höhe der zulässigen Dosen weiter und weiter herunterzugehen. Während es in der ersten Zeit der Anwendung energiereicher Strahlung, und zwar im wesentlichen der Röntgenstrahlung und der Gammastrahlung des Radiums, die direkten Verbrennungen waren, die als Strahlenschäden erkannt wurden, mußte man später feststellen, daß mit latenten Schädigungen zu rechnen ist, die sich vor allem auf die blutbildenden Organe, wie Milz und Knochenmark, erstrecken. Auch heute noch wird das Blutbild zur Frühdiagnose einer Röntgenschädigung in diesem Sinne herangezogen, obwohl es in bezug auf seine Zuverlässigkeit umstritten ist. Die Schäden kann man (vgl. H. J. MELCHING [39]) einteilen in akute lokale und akute allgemeine, chronische lokale und chronische allgemeine, in die noch nicht erforschten Kombinationsschäden sowie Fruchtschäden und genetische Schäden. Nachdem nun aber immer größere Bevölkerungskreise mit der atomaren Strahlung in Berührung kommen, und man auch die gesamte Bevölkerung der Erde bei der Frage des Strahlenschutzes mit berücksichtigen muß, ist die Frage der genetischen Schäden in den Vordergrund gerückt. Die grundlegenden Untersuchungen darüber stammen von MÜLLER-Indiana-polis (1928). Während man schon bei der Festlegung zulässiger Dosen für die berufliche Belastung auf Tierversuche, Analogieschlüsse oder Unfälle in der Praxis angewiesen ist, steht man bei der Festlegung einer zulässigen Dosis zur Vermeidung von genetischen Schäden vor noch viel größeren Schwierigkeiten, da man nicht weiß, in welchem Umfange man die quantitativen Erfahrungen der Pflanzen- und Tiergenetik auf die Humangenetik übertragen kann. Bei den Menschen ist nicht einmal die Höhe der spontanen Mutationsrate bekannt (v. VERSCHUER, MARQUARDT). Alle genetischen Schäden betreffen nicht das Individuum, sondern die Erbanlagen, d.h. die Nachkommenschaft. Eine untere Grenze für eine genetische Schädigung gibt es nicht. Ferner ist unbedingt damit zu rechnen, daß sich der überwiegende Teil der Erb-

änderungen in Mißbildungen, einer Herabsetzung der Lebensstichtigkeit und der Lebenserwartung auswirkt. Die Frage der Ausmündelung oder Ausmerzung lebensuntüchtiger Typen steht in einem modernen sozialen Staat außerhalb jeder Diskussion (HOLGER W. BRÖNSTEDT [2]).

Die Festlegung zulässiger Dosen

In der Literatur findet man häufig statt der Bezeichnung „zulässige Dosis“ den Ausdruck „Toleranzdosis“. Da darunter aber in der Medizin oder Biologie diejenige Dosis zu verstehen ist, die bei einer therapeutischen Bestrahlung zugemutet werden kann, so allgemein von maximal zulässiger oder zulässiger Dosis gesprochen werden.

Die Festlegung der zulässigen Dosen wird dadurch ungemein erschwert, daß die biologische Wirkung energiereicher Strahlung durch eine große Anzahl von Faktoren beeinflusst wird, von denen nur die wichtigsten hier angeführt seien:

1. Faktoren, die sich auf die bestrahlten Personen beziehen:

a) Man muß unterscheiden, ob es sich um eine berufliche, regelmäßige Strahlenbelastung, um eine außerberufliche, gelegentliche Strahlenbelastung oder um eine Einzelbelastung bei Katastropheneinsätzen (Rettungstrupps, Entseuchungstrupps) handelt.

Ferner sind folgende Fälle zu berücksichtigen:

b) Belastung eines Individuums, weiterer Bevölkerungskreise oder schließlich der Gesamtbevölkerung

c) Gesamtkörperbestrahlung oder Teilbestrahlung (Berücksichtigung des kritischen Organs oder bevorzugten Speicherortes).

d) Äußere Einstrahlung oder Inkorporation durch Ingestion: Nahrung, Atemluft, Wunden.

e) Entwicklungsstadium (große Empfindlichkeit des Embryos).

f) Konstitution (große Empfindlichkeit bei Ermüdung).

g) Vorbehandlung durch physikalische oder chemische Therapeutica (chemischer Strahlenschutz).

2. Faktoren, die sich auf die Strahlung selbst beziehen: Die zulässigen Dosen sind abhängig von

a) dem physikalischen Charakter der Strahlenart oder

b) bei der Inkorporation von dem chemischen Charakter des Strahlenträgers;

c) von der Energie, Ionendichte oder Halbwertszeit;

d) von der räumlichen und zeitlichen Verteilung der Einstrahlung und damit zusammenhängend auch von der Dosisleistung.

Das Problem ist also so außerordentlich komplex, daß man für die Praxis Vereinfachungen treffen muß, wenn man nicht zu einem unbrauchbar umfangreichen Kompendium von Tabellen kommen will. Die dabei geschlossenen Kompromisse müssen jedoch immer im Sinne größerer Strahlensicherheit liegen. Durch die Erforschung aller strahlenbiologischen Probleme in ihrer unübersehbaren Vielfalt wird es möglich sein, die bestehenden Strahlenschutzempfehlungen je nach dem Stand der neuesten Kenntnisse laufend zu ergänzen.

Die internationalen Strahlenschutzempfehlungen

Die wichtigsten Ergebnisse der internationalen Arbeit auf dem Gebiete des Strahlenschutzes sind in den internationalen Strahlenschutzempfehlungen zusammengefaßt, die nach der überarbeiteten Ausgabe vom 1. Dezember 1954 von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt übersetzt und veröffentlicht wurden. Die englische Fassung ist als Supplement Nr. 6 des Brit. J. of Radiol. erschienen. Inzwischen ist das Material außerordentlich stark angewachsen, und die notwendigen Ergänzungen zu den bestehenden Empfehlungen wurden 1956 in Genf und in New York durchberaten. Sobald wie möglich sollen die ergänzenden Berichte veröffentlicht und anschließend in deutscher Sprache bekanntgegeben werden.

Die große Bedeutung der Dosimetrie und der radiologischen Einheiten machte ausführliche Berechnungen mit der Internationalen Kommission für radiologische Einheiten und Messungen (International Commission on Radiological Units and Measurements, ICRU) erforderlich. Die Zusammenarbeit mit der World Health Organization (WHO) und dem International Labour Office (ILO) wurde ausgebaut, und schließlich wurden eingehende Besprechungen der Frage des Strahlenschutzes weiterer Bevölkerungsreise und der Gesamtbevölkerung gewidmet. Wenn die Ergänzungen auch noch nicht im einzelnen mitgeteilt werden können, so sei doch auf einige Hauptpunkte hingewiesen.

Bei der Grundregel, daß für berufliche Belastung eine maximal zulässige Dosis von 0,3 r (rem) gilt, ist zu beachten, daß darunter die Summe aller innerhalb einer Woche erhaltenen Dosen äußerer und innerer Einstrahlung zu verstehen ist. Die Wochendosis von 5 r (rem) für peripher gelegene Körperteile (Hände, Füße) bleibt bestehen. In Ergänzung zur Grundregel muß berücksichtigt werden, daß ihr Wert auf signifikante Schäden abgestellt ist, daß jedoch damit zu rechnen ist, daß durch die Strahlung eine geringere Lebenserwartung oder eine Verkürzung der Lebenszeit eintreten kann. Derartige Strahlenwirkungen sind doch am Einzelindividuum nicht feststellbar, sondern können nur durch statistische Erhebungen größeren Umfangs sichergestellt werden. Ehe aber die Ergebnisse einer solchen Erhebung zur Verfügung stehen, hält es die ICRP für notwendig, der genannten Möglichkeit Rechnung zu tragen und hält es nach dem heutigen Stande der Technik für vertretbar, daß für Einzelne im Jahre nicht mehr als 5 rem erhält und daß sich bis zu einem Lebensjahre nicht mehr als 10 rem akkumulieren. Die Wochendosis von 0,3 rem würde dabei als höchstzulässiger Wert bestehen bleiben, aber im Laufe eines Jahres so ausgeglichen werden muß, daß sich eine mittlere Wochendosis von nur 1 rem ergibt. Welche Forderungen für den praktischen Strahlenschutz und die erforderlichen Schutzmaßnahmen sich daraus ergeben würden, soll noch Gegenstand weiterer Besprechungen sein.

Über die Höhe der zulässigen Dosisleistung werden keine besonderen Angaben gemacht, da sich die Dosisleistung jeweils aus der zulässigen Wochendosis ergibt und sehr unterschiedlich sein kann. Bei einer gleichbleibenden Dosisleistung während einer wöchentlichen Arbeitszeit von 40 Std würde sie bei 0,1 r/Woche und 0,7 μ r/sec betragen.

Tabelle 4. Folgen kurzzeitiger einmaliger Ganzkörperbestrahlung mit höheren Dosen (Gammastrahlen)*

25 r	Grenzdosis, bis zu der im allgemeinen keine klinisch erkennbaren Schäden auftreten („cortical dosage“) ^{1, 2, 3}
25–100 r	Lymphopenie, weitere leichte Symptome ⁴
50 r	Reduktion der Lymphozyten ¹
75 r	Kritische Dosis („emergency dose“) ¹
100 r	Nausea, Erbrechen, Müdigkeit bei einem großen Teil der Menschen ¹
100–200 r	Stärkere und länger anhaltende Lymphopenie, ernste Strahlenkrankheit, erste Todesfälle ⁴
150 r	Strahlenkrankheit bei 50% ¹
200 r	Depression aller Blutelemente, verminderte Vitalität, etwa 5% Mortalität ¹
225 r	Strahlenkrankheit bei 100% ¹
250 r	5% Mortalität ¹
400 r	50% Mortalität (innerhalb 30 Tagen) ^{1, 2, 3}
600 r	100% Mortalität ¹
	95% Mortalität (innerhalb 14 Tagen) ²

Der Belastung größerer Personenkreise, z. B. in der Umgebung größerer Strahlenanlagen, wird dadurch Rechnung getragen, daß die wöchentliche Dosis nur 0,03 rem (bzw. 0,01 rem) betragen darf. Zum Unterschied von beruflich Tätigen, die sich an kontrollierten Plätzen (controlled areas) aufhalten, gilt die eben genannte auf $\frac{1}{10}$ herabgesetzte Dosis für unkontrollierte Plätze. Außergewöhnliche einmalige Belastungen können auftreten, wenn es sich bei Katastrophen um das Retten von Personen, das Löschen von Feuer oder Entseuchungen handelt. Für die sog. „emergency dose“ hat die ICRP bis jetzt noch keine Werte vorgeschlagen, doch wird heute allgemein für die voraussichtlichen Auswirkungen einmaliger Ganzkörperbelastungen die Tabelle 4 zugrunde gelegt (vgl. B. RAJEWSKY und Mitarbeiter [45]).

Ehe auf die zulässigen Dosen für innere Einstrahlung eingegangen wird, soll die heute im Vordergrund stehende Frage der Berücksichtigung genetischer Schäden noch näher erörtert werden. Bis zu dem Zeitpunkt, zu dem es möglich sein wird, eine zulässige Dosis für die Gonaden der Bevölkerung anzugeben, wird vorgeschlagen, zu dem natürlichen Strahlenniveau in 30 Jahren noch rund 10 rem als Mittelwert für die Strahlenbelastung der Gonaden der gesamten Bevölkerung zuzulassen, so daß also die sog. „average per capita gonad dose“ 14 rem in 30 Jahren beträgt.

Um sich ein Bild davon machen zu können, wie sich die heutige Strahlenbelastung der Bevölkerung durch zivilisatorische Einflüsse gestaltet, wurden in England und Amerika, zum Teil auch in Schweden, umfangreiche Erhebungen angestellt, die sich zunächst aber nur auf die von außen einwirkende Strahlung beziehen. Eine Übersicht gibt die Tabelle 5.

In der Tabelle 5 sind die mittleren Dosen der Gonaden pro Individuum der Gesamtbevölkerung in mrad für 30 Jahre aufgeführt, daneben in Prozenten der Anteil, den die einzelnen Strahlenbelastungen, bezogen auf die natürliche Umgebungsstrahlung von 3000 mrad in 30 Jahren, ausmachen. Bei dem Vergleich der einzelnen Faktoren muß man sich vor Mißverständnissen hüten. Der Einfluß der Strahlen-diagnostik steht mit seinen Werten von 25% (Groß-

* Nach B. RAJEWSKY u. Mitarb. [45].

¹ PLOUGH (1952).

² The Effects of Atomic Weapons (1950).

³ BEHRENS (1951).

CRONKITE (1949).

Tabelle 5. Strahlenbelastung der Bevölkerung durch natürliche Einstrahlung und zivilisatorische Strahlungseinflüsse (ohne Inkorporation der „fall out“-Nuklide, nur äußere Einstrahlung)

Strahlenquelle	Mittlere Dosis der Gonaden pro Individuum der Gesamtbevölkerung in mrad innerhalb der Generationszeit von 30 Jahren
1. Natürliche Strahlung (Höhen- und Gesteinsstrahlung)	3000 mrad (konventioneller Richtwert, Genf 1956)
2. Zivilisationseinflüsse	2300 mrad = 75% (USA)
a) Strahlendiagnostik	740 mrad = 25% (Großbritannien) des Wertes der natürlichen Umgebungstrahlung
b) Berufliche Belastung* (ohne Atomenergiearbeit)	54 mrad = 1.6%
c) Berufliche Belastung* (durch Atomenergiearbeit)	3 mrad = 0.1%
d) Röntgen-Schuhdurchleuchtung*	3 mrad = 0.1%
e) Fernsehen*	30 mrad = 1.0%
f) Leuchtziffern von Uhren**	60 mrad = 2.0%
g) Atom-Versuchsexplosionen* Durch bereits abgeworfene Bomben	1 mrad = 0.03%
Falls die Versuchsabwürfe 100 Jahre fortgesetzt werden.	30 mrad = 1.0%
Summe	921 mrad ≈ 1000 mrad

* Nach W. G. MARLEY: Mündliche Mitteilung.

** Nach ALMA HOWARD: Brit. J. Radiol. 1956. 270—272.

britannien) und 75% (USA) an der Spitze der zivilisatorischen Strahleneinflüsse. Ganz abgesehen davon,

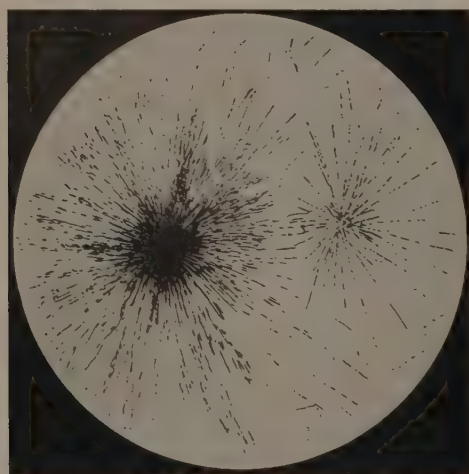


Abb. 1. Autoradiographie eines Lungenschnittes mit den Spuren der z-Teilchen von Folgeprodukten eingatmeter Ra-Emanation. (Nach H. J. SCHAEFER 1947)

daß man ständig bestrebt ist, die Strahlenbelastung des Patienten herabzusetzen und sobald wie möglich durch Einführung von Bildverstärkern bei diagnostischen Untersuchungen auf ein Mindestmaß zu beschränken, darf man durch Vergleich mit den anderen Werten die genetischen Gefahren der Strahlendiagnostik nicht überschätzen. Man muß vielmehr dabei berücksichtigen, daß es nur auf die Summe der ein-

zelnen Faktoren ankommt. Sie bleibt zur Zeit bei rund 1000 mrad in 30 Jahren für äußere Einstrahlung. Da man aber mit einer Vergrößerung der Zahl atomarer energetischer Anwendungen rechnen muß, hat man sich entschlossen, auch die Gonadendosen der an sich im Einzelfalle ganz ungefährlichen Belastungen durch Schuhdurchleuchtung, Fernsehen, radioaktive Leuchtziffern usw. so weit herabzusetzen, wie es technisch irgend möglich ist. Es muß aber nochmals hervorgehoben werden, daß die für die Atom-Versuchsexplosionen angegebene Gonadendosis nur für die äußere Einstrahlung einschließlich der „fall-out“-Niederschläge gilt. Die Hauptsorge bei diesen Experimenten bildet die Gefahr einer Inkorporation von „fall-out“-Substanzen. Darüber sind noch keine zuverlässigen offiziellen Angaben bekannt, doch ist beabsichtigt, möglichst bald Berichte darüber zu veröffentlichen.

Ebenso wie die Dosimetrie der von außen einfallenden Strahlung einfacher ist als die Ermittlung der Dosis inkorporierter Strahlungsträger, ist es auch sehr viel schwieriger, zulässige Höchstwerte der Dosis für innere Einstrahlung aufzustellen. Der Grund für diese Tatsache ist darin zu sehen, daß bei der Inkorporation nicht nur eine spezifische Anlagerung an bestimmte sog. kritische Organe erfolgt je nach der chemischen Konstitution des Radioisotops, sondern daß auch innerhalb des Organs eine völlig ungleichmäßige Verteilung in Form einer Depotbildung zu beobachten ist. Wohl findet eine teilweise Ausscheidung durch Fäkalien, Blut oder Atemluft statt, so daß man neben der physikalischen Halbwertszeit des Radioisotops auch von einer biologischen Halbwertszeit spricht, die sich beide zu der für die Dosimetrie effektiven Halbwertszeit zusammensetzen. Ein gewisser Rest bleibt aber immer im Körper zurück. Als einziges Beispiel sei in Abb. 1 die Autoradiographie eines Lungenschnittes wiedergegeben, bei der sich deutlich die Depotbildung der Folgeprodukte eingatmeter Radiumemanation mit tödlichem Ausgang erkennen läßt.

In ganz analoger Weise sind die Ablagerungen in anderen Geweben verteilt. Aus diesem Grunde muß man bei der Abschätzung und Berechnung der zulässigen Aktivitäten neben der Energie des Radioisotops, der Halbwertszeit, dem relativen biologischen Wirkungsfaktor (RBW) und anderen Einflußgrößen auch diese Depotbildung berücksichtigen. So werden z. B. für alle radioaktiven Isotope, die sich vorwiegend in Knochen ablagern, mit Ausnahme von Radium und Phosphor 32 und solchen Radioisotopen, die nur Röntgen- oder Gammastrahlen emittieren, die zulässigen Werte durch den Sicherheitsfaktor $\frac{1}{5}$ herabgesetzt, um die ungleichmäßige Verteilung der radioaktiven Substanz im Knochen in Rechnung zu setzen.

Allgemein gilt bei dem Arbeiten mit offenen radioaktiven Präparaten der Grundsatz, daß die Methoden genauso sauber und sorgfältig durchgearbeitet sein müssen und genau denselben Schutzmaßnahmen unterliegen müssen, wie die bakteriologisch-serologische Tätigkeit. Da eine Therapie bei einer Verseuchung mit Radioisotopen kaum möglich ist, muß an der Spitze die Prophylaxe stehen. In den internationalen Strahlenschutzempfehlungen sind bis jetzt die zulässigen Aktivitäten für den Gesamtkörper (kritische Organe) für Wasser und Luft für 90 Radioisotope angegeben.

Tabelle 6. Maximal zulässige Aktivitäten im Gesamtkörper und maximal zulässige Konzentrationen in Wasser und Luft für einige Radioisotope*

Ordnungs- zahl	Radioisotop und emittierte Strahlung	Halbwertszeit T	Kritisches Organ	Maximal zulässige Aktivität im Gesamtkörper μC	Maximal zulässige Konzentration	
					in Wasser $\mu\text{C}/\text{cm}^3$	in Luft $\mu\text{C}/\text{cm}^3$
88	^{226}Ra α	1580 a	Knochen	0,1	$4 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-12}$
20	^{46}Ca β^-	180 d	Knochen	14	10^{-4}	$8 \cdot 10^{-9}$
38	^{90}Sr β^-	53 d	Knochen	2	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-8}$
38	$^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ β^-	25 a	Knochen	1	$8 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-10}$
56	$^{140}\text{Ba} + ^{140}\text{La}$ $\beta^- \gamma$	12,8 d	Knochen	1	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-8}$
90	Th (nat.) α	$1,6 \cdot 10^{10}$ a	Knochen	0,02	10^{-6}	$2 \cdot 10^{-13} **$
	$\beta^- \gamma$					
94	^{239}Pu (lös.) α	$2,4 \cdot 10^4$ a	Knochen	0,04	$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-12}$
6	$^{14}\text{C}(\text{CO}_2)$	5700 a	Fett	260	$3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-5}$
11	^{24}Na $\beta^- \gamma$	15 h	Gesamtkörper	15	$8 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$
15	^{32}P β^-	14,3 d	Knochen	10	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-7}$
16	^{35}S β^-	88 d	Haut	300	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-6}$
19	^{42}K $\beta^- \gamma$	12,4 h	Muskeln	21	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-5}$
24	^{51}Cr γ	27,8 d	Nieren	600	0,7	$1 \cdot 10^{-5}$
26	^{59}Fe $\beta^- \gamma$	47 d	Blut	12	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-8}$
27	^{60}Co $\beta^- \gamma$	5,3 a	Leber	3	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-6}$
53	^{131}I $\beta^- \gamma$	8 d	Schilddrüse	0,6	$6 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-9}$
73	^{182}Ta $\beta^- \gamma$	111 d	Leber	6	10^{-1}	$2 \cdot 10^{-8}$
77	^{192}Ir $\beta^- \gamma$	74,4 d	Nieren	3	$9 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-8}$
79	^{198}Au $\beta^- \gamma$	2,7 d	Leber	3	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-7}$

* Nach den Empfehlungen der Internationalen Strahlenschutz-Kommission.

** Vgl. B. RAJEWSKY: Strahlendosis und Strahlenwirkung. 1956.

In einer 1957 erscheinenden Ergänzung kommen 70 weitere Stoffe hinzu. Für Gemische unbekannter Zusammensetzung (fall-out) sind besonders vorsichtige Werte eingesetzt worden. In Tabelle 6 sind die Werte für eine Reihe wichtiger Radioisotope zusammengestellt.

Das in der Tabelle angeführte kritische Organ ist im allgemeinen dasjenige, in dem das betreffende Isotop in der größten Konzentration angereichert wird. Da aber die Strahlensensibilität der Organe sehr verschieden sein kann, trifft diese Voraussetzung nicht

sichtigung der Resorption aus dem Magen-Darmtrakt und der Stärke der Ausscheidung aus dem Organismus sind die Isotope Pu, Sr, Y, Zr und Ce als besonders gefährlich anzusehen. Viele der mitgeteilten Werte sind aus Tierversuchen abgeleitet oder durch Vergleich mit dem Verhalten von Elementen ähnlicher chemischer Eigenschaften gewonnen worden, z.B. dadurch, daß man Retention und Verteilung im Körper sowie die Ausscheidung stabiler Isotope des betreffenden radioaktiven Elementes festgestellt hat.

Für Oberflächenverseuchung mit Radioisotopen gibt DUNSTER in der Nähe der Fläche einer Betaquelle einer Energie von 0,5 bis 3,0 MeV als überschlägigen Wert 7 rad/h pro $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ an, wobei der Faktor 1,5 infolge Elektronenrückstreuung sicherheitshalber anzusetzen ist, während SCHUBERT, DITTRICH, KÜNKEL und SCHERMUND (1951) für einen Tropfen von 1 μC eines Betastrahlers auf 1 cm^2 Hautoberfläche verteilt 0,3 bis 3 rad/h schätzen. Statt einer Dosis wird bei

Tabelle 7¹. Richtwerte für die maximal zulässige Oberflächenverseuchung für unbelebte Flächen in Laboratorien und an Körperoberflächen

	Art des Laboratoriums	Maximal zulässige Oberflächen- verseuchung (in $\mu\text{C}/\text{cm}^2$)
Alphastrahlen- verseuchung	a) Laboratorien für kleine Aktivitäten	$\sim 10^{-5}$
	b), „heiß“ Laboratorien	$\sim 10^{-4}$
Betastrahlen- verseuchung	a) Laboratorien für kleine Aktivitäten	$\sim 10^{-4}$
	b), „heiß“ Laboratorien	$\sim 10^{-3}$

Diese Werte gelten für alle leblosen Oberflächen außer denen, die regelmäßig mit dem Mund oder den bloßen Händen in Berührung kommen.

Für unbelebte Oberflächen sollen im allgemeinen nicht mehr als die zehnfachen Werte derjenigen gelten, die für die Flächen gültig sind.

Alphastrahlen- verseuchung	an Körperoberflächen	$\sim 10^{-6}$ etwa 1000 α -Zer- fallsakte pro min
Betastrahlen- verseuchung	an Körperoberflächen	$\sim 10^{-5}$ etwa 10000 β -Zer- fallsakte pro min

immer zu. Mitunter sind zeitlich nacheinander verschiedene kritische Organe zu berücksichtigen und man kann dann ein differenziertes Verteilungsmuster aufstellen (vgl. H.-J. MELCHING 1957). Bei Berück-

Tabelle 8. Zulässiger Neutronen-Fluß

Neutronen-Energie	Neutronen-Fluß $\text{n}/\text{cm}^2 \text{s}$
0,025 eV	2000
10 eV	2000
10 keV	1000
0,1 MeV	200
0,5 MeV	80
1 MeV	60
2 MeV	40
3—10 MeV	30

Dabei wurde berücksichtigt, daß der Faktor der RBW für Protonen 10, für schwere Rückstoßkerne 20 beträgt.

Überschlägig genügt es, für thermische Neutronen 2000, für schnelle Neutronen 30 $\text{n}/\text{cm}^2 \text{s}$ anzusetzen.

Verseuchungen von Oberflächen wohl besser die Zahl der Zerfallsakte pro s angegeben, nachdem einmal der äquivalente Dosiswert abgeschätzt ist. Eine Übersicht über verschiedene Grenzwerte gibt die Tabelle 7.

Tabelle 8 zeigt die für thermische und schnelle Neutronen zulässigen Neutronenflüsse nach den Empfehlungen der ICRP.

¹ Vgl. H. J. DUNSTER 1955.

Grenzen des zulässigen Strahlenniveaus

Betrachtet man die höchstzulässigen Dosen äußerer und innerer Einstrahlung sowie die zulässigen radioaktiven Konzentrationen im Vergleich zu der Umgebungsstrahlung oder dem natürlichen Strahlenniveau, so ergibt sich folgendes:

Da nach den neuesten Vorschlägen der ICRP für die berufliche Belastung an innerer und äußerer Einstrahlung im Jahr nicht mehr als 5 rem an kontrollierten Plätzen und der 10. Teil davon an unkontrollierten Plätzen zulässig sind, bleibt als Faktor oberhalb der Umgebungsstrahlung, die sich aus etwa 0,1 rem pro Jahr natürlicher Strahlung und etwa 0,3 bis 0,4 rem pro Jahr durch zivilisatorische Strahleneinflüsse zusammensetzt, nur der Wert 10 übrig. Man gelangt also für weitere Bevölkerungskreise bereits zu der Forderung, daß die zulässige Belastung fast in der gleichen Höhe liegt wie die natürliche Umgebungsstrahlung zuzüglich der Belastung durch zivilisatorische Strahleneinflüsse. Das bedeutet, daß man sich innerhalb enger Grenzen bewegen muß.

Wenn auch die Spanne bei den zulässigen Konzentrationen von radioaktiven Stoffen etwas größer ist, so bleiben im großen und ganzen doch nur 1 bis höchstens 2 Zehnerpotenzen übrig, innerhalb deren sich die Strahlenbelastungen bewegen müssen.

Die Kontrolle dieser Forderungen macht den Ausbau eines umfassenden Überwachungssystems notwendig. Bei der Strahlenschutzkontrolle müssen sich physikalische oder auch chemische und medizinische Untersuchungen ergänzen, deren Ergebnisse zum Teil auf statistischem Wege ausgewertet werden müssen. Daß die Organisation der Strahlenschutzkontrolle sehr differenziert durchgeführt werden muß, geht schon daraus hervor, daß sie sich auf ganz verschiedene Ziele einzustellen hat, von denen folgende genannt seien:

1. Die Ermittlung der Ortsdosis am Arbeitsplatz,
2. in der Umgebung, 3. die Ermittlung der Personendosis an den Beschäftigten, 4. an Personen, die sich in der Nähe von Strahlenanlagen aufhalten, und 5. an mehr oder weniger großen Teilen der Bevölkerung.

Die Untersuchungen haben sich dabei zu richten auf

6. die von außen einfallenden Dosen, 7. die inkorporierten Dosen und schließlich 8. die radioaktive Verseuchung von Luft, Wasser, Räumen, Lebensmitteln und unter Umständen ganzen Landschaftsbereichen.

Durchführung von Strahlenschutzkontrollen

Soweit die Anwendung der Kernenergie in Frage kommt, wird die Durchführung des Strahlenschutzes durch ein Gesetz geregelt werden, das von dem Bundesministerium für Atomfragen ausgearbeitet wird. Davon abgesehen untersteht der Strahlenschutz für Personal dem Bundesarbeitsministerium (Berufsgenossenschaften usw.), der Strahlenschutz für die Bevölkerung dem Bundesinnenministerium. Um einen Überblick über die zur Zeit bestehenden Empfehlungen, Regeln usw. auf internationalem und nationalem Gebiet zu vermitteln, ist im Anhang eine Zusammenstellung angefügt. Eine große Anzahl wertvoller Hinweise auf spezielle Fragen des praktischen Strahlenschutzes geben die Handbooks des National

Bureau of Standards in Washington. Aus diesen Gründen ist ebenfalls eine Liste der letzten Hefte im Anhang enthalten.

Auf die bei dem Strahlenschutz anzuwendende Meßmethodik und die Meßgeräte etwas genauer einzugehen, ist im Rahmen dieses Berichtes nicht möglich. Es mögen folgende Hinweise genügen:

Zur Bestimmung der Personendosis werden sog. Individualdosimeter Filmplaketten verwendet, aus deren Schwärzung man nach 14 Tagen oder 4 Wochen auf die von dem Träger erhaltene Dosis schließen kann¹. Ihrem Vorteil großer Wirtschaftlichkeit und Einfachheit steht als Nachteil gegenüber, daß man erst nach Ablauf der gesamten Kontrollzeit feststellen kann, ob die zulässige Dosis überschritten wurde oder nicht, und es dann häufig schwierig ist, die Ursache der Überdosierung zu erkennen. Daher werden als Ergänzung zu den Filmplaketten sog. Taschendosimeter (Pendodosimeter) getragen, die entweder nur als Ionisationskammer ausgebildet sind, während ihre Aufladung und Ablesung an einem besonderen Zentralgerät erfolgt, oder die auch selbst eine Skala besitzen, so daß sich der Träger jederzeit während seiner Arbeit von der Höhe der erhaltenen Dosis überzeugen kann. Besondere Typen von Taschendosimetern geben auch nach Erreichen der zulässigen Tagesdosis ein Signal (Taschenschreiber).

Zur Kontrolle von Arbeitsplätzen und Räumen dienen tragbare oder auch festmontierte Geräte, die mit Ionisationskammern, Zählrohren oder Szintillationskristallen ausgerüstet und je nach ihrem Anwendungszweck für α -, β -, γ - oder Röntgen-Strahlung mit entsprechenden Fenstern versehen sind. Für Neutronenmessungen werden Spezialgeräte verwendet. Wesentlich bei der Anwendung von Strahlenschutzüberwachungsgeräten ist neben der zu messenden Strahlenart vor allen Dingen die Kenntnis des Energiebereiches, innerhalb dessen die Anzeige richtig ist, um die Gefahr einer Über- oder Unterschätzung der Dosis zu vermeiden.

Bei Arbeiten mit offenen radioaktiven Präparaten ist es in vielen Fällen notwendig, zur Feststellung einer Inkorporation radioaktiver Stoffe, soweit es geht, die Radioaktivität des Körpers selbst, z. B. durch Urinproben, zu ermitteln.

Spezielle Fragen des Strahlenschutzes beim Betrieb von Reaktoren

Bei dem Strahlenschutz an Reaktoren ist zu unterscheiden zwischen dem Schutz für normalen Betrieb einerseits und für die Verhütung von Strahlenschäden bei Unfällen, Bränden usw. andererseits, und zwar in beiden Fällen für Personal, Umgebung und Bevölkerung.

Der Beginn für die Sorge um ausreichenden Schutz liegt bei der Planung und der Konstruktion eines Reaktors. Für die sog. Restriktionszone, innerhalb derer kein ständiger Aufenthaltsort, Wohnung usw.

¹ Filmplaketten werden auf Wunsch verschickt und ausgewertet von erstens Professor Dr. H. LANGENDORFF, Radiologisches Institut der Universität Freiburg i. Br., Hebelstr. 30, zweitens Dozent Dr. F. WACHSMANN, Medizinische Universitätsklinik, Erlangen, Krankenhausstr. 6, und drittens in Bezirk Groß-Hamburg durch Dozent Dr. GAUWERKY, Strahlenabteilung des Krankenhauses St. Georg, Hamburg.

gen soll, wurde folgende Faustformel aufgestellt:

$$\text{Radius der Restriktionszone in km} \\ = 0,016 \cdot \sqrt{\text{Reaktorleistung in kW}},$$

h. bei einer Leistung von 100 kW genügt bereits ein Radius von 160 m, für eine Leistung von 100 000 kW sind etwa 6 km erforderlich. Für den Ort der Aufstellung ist weiterhin bei Luftkühlung die hauptsächlichste Windrichtung zu berücksichtigen und, falls es sich nicht um eine Umlaufrückführung handelt, die Frage der Abführung des Kühlwassers, dazu die Frage der Transport- und Lagerungsmöglichkeiten sowie die Entfernung der Abfälle.

Der Schutz gegen äußere Einstrahlung erfolgt durch Abschirmungswände und Abstände, wobei weitestgehender Gebrauch von Spiegeln, Fernsehgeräten und

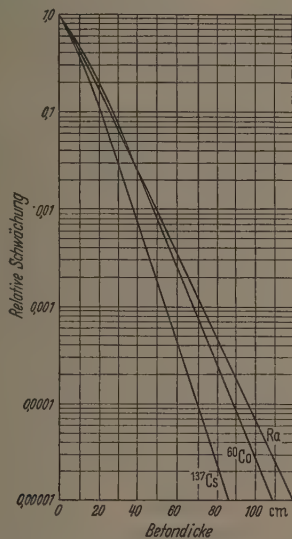


Abb. 2. Schwächung der Gammastrahlung von ^{137}Cs , ^{60}Co und Ra durch Beton der Dichte $2,35 \text{ g/cm}^3$. (Nach Handbook 54 des NBS-Washington)

fernbedienungseinrichtungen gemacht werden kann. Umfassende Unterlagen sind aus folgendem Werk zu entnehmen:

TH. ROCKWELL III, Reactor Shielding Design Manual, McGraw-Hill Book Company Inc. 1956.

Ein Beispiel für die Schwächung der energiereichen Gammastrahlung von ^{137}Cs , ^{60}Co und Ra durch Beton der Dichte $2,35 \text{ g/cm}^3$ zeigt Abb. 2, umgerechnet nach einer Abbildung im Handbook 54 des National Bureau of Standards, Washington. Schutzdicken gegen Betastrahlen bis zu 4 MeV für Wasser oder Gewebe, Plastik (Kunststoff), Pyrexglas und Kupfer zeigt Abb. 3 (nach Handbook 42 des NBS-Washington).

Wichtig ist die Trennung hochaktiver Räume von anderen, eventuell mit eigenem Eingang. Soweit mit offenen Präparaten gearbeitet wird, ist eine Einrichtung erforderlich, für die sich eine Reihe wertvoller Hinweise in dem Normblatt über Strahlenschutz beim Arbeiten mit offenen radioaktiven Präparaten in medizinischen Betrieben (DIN 6843) (s. Literatur) finden. Ferner sei auf eine Arbeit von LABEYRIE-ACOLAY hingewiesen, in der er reiches Zahlenmaterial über Fragen des Strahlenschutzes an Reaktoren zusammengestellt hat [46].

Beseitigung radioaktiver Abfälle

Eines der schwierigsten Probleme, für das es bis jetzt noch keine ideale Lösung gibt, ist die „Beseitigung“ radioaktiver Abfallprodukte. Es handelt sich darum, sie an solche Stellen zu bringen, an denen sie

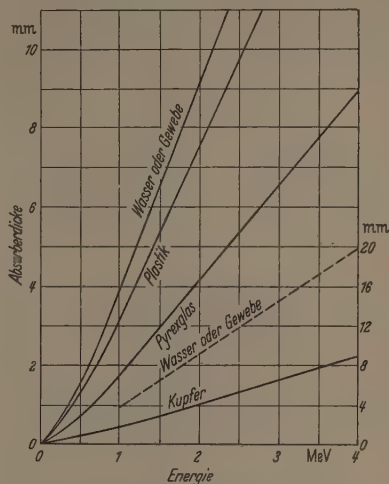


Abb. 3. Schutzdicken verschiedener Stoffe gegen Betastrahlen. (Nach Handbook 42 des NBS-Washington)

ohne Gefährdung von Lebewesen bis zum Abklingen ihrer Aktivität verbleiben können, die selbst aber auf keine Weise beeinflusst werden kann.

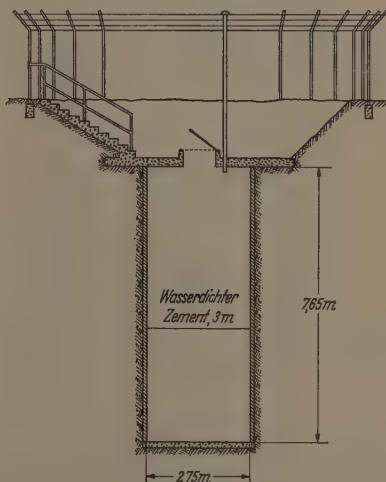


Abb. 4. Querschnitt durch Grube für langlebige radioaktive Abfälle (MAYNEORD 1951)

Bei der Abfallbeseitigung ist zu unterscheiden, ob es sich um kleinere Mengen radioaktiver Abfallprodukte handelt, wie sie bei Instituten, Kliniken usw. anfallen, oder um größere Mengen gefährlicher Stoffe, die weitab von menschlichen Siedlungen untergebracht werden müssen. Für Institute, Fabriken oder Kliniken wurden besondere Grubenarten vorgeschlagen. Im Querschnitt ist eine Grube für langlebige radioaktive Abfälle in Abb. 4 wiedergegeben (MAYNEORD 1951). Wichtig ist für die Anlage einer solchen Grube eine genaue Kenntnis der physikalischen und chemischen

Bodenbeschaffenheit, der Rolle der Filtration, Adsorption und chemischen Reaktion und anderer Faktoren, die geologische Studien, Probebohrungen, seismographische Messungen usw. notwendig machen. Für Abwässer niedriger Aktivität können unter Umständen auch Klärbecken angelegt werden, wobei die Gefahr der Sedimentation an der Beckenwand, der Windverschleppung oder der Verwendung als Vieh- oder

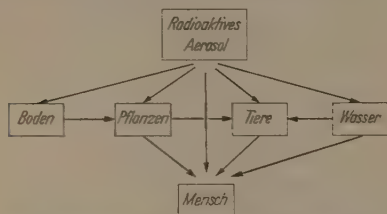


Abb. 5. Einige Möglichkeiten der Weitergabe radioaktiver Stoffe aus Aerosolen durch Biozyklen. (Nach W. HERBST 1955)

Wildtränke beachtet werden muß. Eine Verdünnung der Abwässer hat sich als nicht günstig erwiesen, da die Aufnahme radioaktiver Isotope durch den Erdboden bei konzentrierten Lösungen besser ist. Unter-

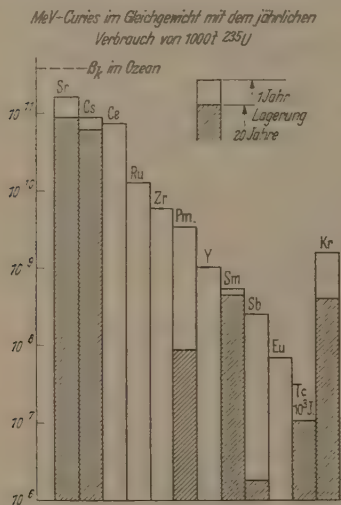


Abb. 6. Gleichgewichtsaktivitäten der einzelnen Spaltprodukte bei jährlichem Verbrauch von 1000 t Spaltmaterial. (E. GLÜCKAUF, Harwell 1955)

suchungen in der Umgebung von Abfallgruben haben gezeigt, daß die Vegetation, insbesondere Bäume, in bemerkenswertem Maße Aktivität speichern. Bei ^{90}S wiesen z.B. Pappeln eine hohe Aktivität auf, Kiefern dagegen eine sehr geringe. Diese Tatsache lenkt die Aufmerksamkeit auf die noch viel zu wenig erforschten Biozyklen, deren Bedeutung in der Weitergabe radioaktiver Stoffe, z.B. aus Luft oder Wasser, an Pflanzen, Tier oder Mensch unter starker Anreicherung besteht. Die Möglichkeiten gehen aus dem Schema der Abb. 5 nach HERBST (1955) hervor. Studien über das Verhältnis der ^{32}P -Konzentration in Vögeln zu derjenigen der Nahrung und des Wassers (Columbia-Fluß) ergaben z.B. in der Leber von Wildenten Anreicherung um den Faktor 1:1500000.

Die Kosten für die Abfallbeseitigung werden im allgemeinen auf rund 2% der gesamten Betriebs-

kosten geschätzt. Bei der Entfernung von Abfällen in großem Maßstabe sind folgende Möglichkeiten diskutiert worden:

1. Versenken im Meer in widerstandsfähigen Behältern;
2. Vergraben in gekühlten Tanks;
3. Versenken in alte Bergwerksstollen;
4. Ablage in unbewohnte Gegenden (Wüste oder Arktis bzw. Antarktis).

Über die erste Möglichkeit wurde in den USA gemeinschaftlich von der Atomenergiekommission dem Nat. Bur. Stand., der Flotte, dem Küstenschutz, den Fischereigesellschaften sowie Biologen, Ozeanographen und anderen Fachleuten umfangreiche Untersuchungen gemacht (vgl. NBS-Handbook Nr. 58).

Die Aussichten der unter 4. genannten Beseitigungsart radioaktiver Abfallsabstanzen untersucht PHILBERT (1956) in bezug auf die Einbettung in Grönlandeis oder Südpolareis.

Zum Schluß sei auf einen bemerkenswerten Vorschlag von GLÜCKAUF hingewiesen, der sich auf die Beseitigung größerer Mengen von Spaltprodukten bezieht. Bei einer Masse von Spaltprodukten, die aus 35 Isotopen besteht, rühren nach einem Jahr 99,9% der Aktivität nur noch von 7 Isotopen her. Unter der Annahme, daß pro Jahr 1000 Tonnen neuer Abfallprodukte hinzukommen, könnte sich ein Gleichgewicht einstellen, bei dem ebensoviel MeV-Curie zerfallen wie neue abgelagert werden. Das Gleichgewicht wird auf 10^{11} MeV-Curies veranschlagt, während der natürliche Gehalt des Ozeans an ^{40}K etwa $5 \cdot 10^{11}$ MeV-Curies beträgt, so daß sich bei einer homogenen Durchmischung ohne Berücksichtigung der Biozyklen (vgl. Abb. 5) der radioaktive Gehalt des Ozeans nur unwesentlich erhöhen würde. Sehr viel günstiger würde das Bild, wenn man nach dem Vorschlag von GLÜCKAUF ^{90}S und ^{137}Cs vorher abtrennt. Abb. 6 zeigt den Wert der MeV-Curies der einzelnen Spaltprodukte bei jährlichem Verbrauch von 1000 t Spaltmaterial nach einem Jahr und nach 20 Jahren Lagerung. Man erkennt, daß nur von 6 Isotopen nennenswerte Beträge nach einem Jahr übrig sind und daß nach Abtrennung von Sr und Cs die Beseitigung der Abfälle sehr erleichtert wird.

Das MeV-Curie-Niveau des Ozeans für ^{40}K ist auf Abb. 6 mit eingezeichnet. GINELL, MARTIN und HATCH (1954) haben eine Methode entwickelt, die auch für die Entgiftung radioaktiv verseuchten Wasser brauchbar werden könnte. Wenn die genannten Stoffe als Kationen vorliegen, werden sie durch bestimmte Tonsorten der Montmorillonit-Gruppe (wasserhaltiges Aluminiumsilikat) selektiv adsorbiert. Durch Verwendung wasserhaltiger Tonpasten gelingt es auf diese Weise, Wasser, das diese Spaltprodukte enthält, in hohem Wirkungsgrad zu entsäuern. Durch anschließendes Erhitzen der Tonsäulen bis auf 1000° werden die adsorbierten radioaktiven Kationen, wahrscheinlich durch Einbau in das Kristallgitter, fest gebunden.

Wie man sich das Schema der Beseitigung der Abfallstoffe denken könnte, zeigt Abb. 7. Die Tonzyylinder, die das radioaktive Strontium und Cäsium enthalten, können für technische oder medizinische

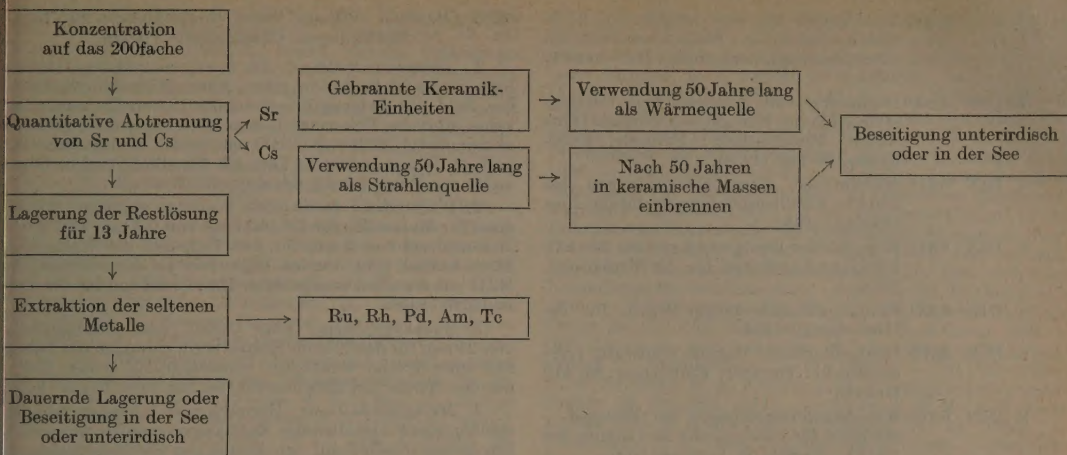


Abb. 7. Schema der Behandlung und Beseitigung der Spaltprodukte nach GINELL, MARTIN und HATCH (1954) sowie GLUECKAUF (1955)

wecke verwendet werden, von denen die Polymerisation von Äthylengas zu Polyäthylen, die Herstellung synthetischen Blutplasmas, die Sterilisation von Arzneimitteln und die Geschwulsttherapie genannt seien.

Ausblick

Wie in den vorstehenden Ausführungen gezeigt werden soll, stellt der Strahlenschutz ein außerordentlich vielschichtiges Problem dar, das die enge Zusammenarbeit zahlreicher Zweige der Wissenschaft und Technik erfordert. Die Frage des Strahlenschutzes spielt sich auf einer anderen und viel breiteren Ebene ab als die der bisher bekannten Sicherheitstechnik. Der Grund liegt in der Veränderung der Strahlungsumwelt der Menschheit und der damit verbundenen genetischen Gefährdung kommender Generationen. Gerade die Tatsache, daß die wissenschaftlichen Grundlagen der Humangenetik noch große Lücken aufweisen, zwingt uns zu erhöhter Vorsicht. Für die Praxis müssen andererseits verbindliche Richtwerte und Richtlinien in die Hand gegeben werden, damit der Strahlenschutz unter einer zuverlässigen Kontrolle gebracht werden kann. Es genügt aber in vielen Fällen durchaus nicht, bestimmte bauliche Forderungen zu erfüllen, die verlangten Schutzkleidungen zu tragen und vorgeschriebene Maßnahmen durchzuführen, sondern es ist notwendig, sich bei der Arbeit zweckentsprechend zu verhalten. Ohne Kenntnis gewisser Grundlagen und eine gute fachliche Ausbildung können unter Umständen die modernsten technischen Strahlenschutz-einrichtungen und die genauesten Vorschriften ihren Zweck verfehlen.

Zu den Aufgaben der technischen Entwicklung wird es gehören, den Strahlenschutz so vollkommen wie möglich zu gestalten, ohne den Betrieb mit wirtschaftlich untragbaren Kosten zu belasten oder die Arbeit durch umständliche bürokratische Forderungen zu hemmen. Eine ausreichend sachliche und objektive Unterrichtung muß dazu beitragen, die Mitte zu halten zwischen einer Bagatellisierung der Strahlengefahren und einer Strahlenneurose, die bei reiner friedlicher Anwendung der Atomenergie anderen Zivilisationsschäden gegenüber ganz unbegründet ist.

Anhang

1. Empfehlungen, Regeln, Vorschriften, Verordnungen und Gesetze über den Strahlenschutz

A. Internationale Empfehlungen.

Recommendations of the International Commission on Radiological Protection (ICRP) (Empfehlungen der Internationalen Kommission für den Strahlenschutz).

1. London 1950, Fortschr. Röntgenstr. 78, 494 (1953).
2. Kopenhagen 1953 in Übersetzung als Sonderdruck der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt mit den Berichten der Unterkommissionen veröffentlicht.
 - I. Zulässige Dosis bei äußerer Bestrahlung.
 - II. Zulässige Dosis bei innerer Bestrahlung.
- III. Schutz gegen Röntgenstrahlen mit Spannungen bis 2 Millionen Volt.
- IV. Schutz gegen Röntgenstrahlen mit Spannungen über 2 Millionen Volt und gegen Beta- und Gammastrahlen.
- V. Schutz gegen schwere Teilchen einschließlich Neutronen und Protonen.
- VI. Beseitigung radioaktiver Abfälle; Umgang mit radioaktiven Isotopen.

B. Gesetze und Verordnungen.

1. Gesetz zur Änderung der Titel I—IV, VII und X der Gewerbeordnung vom 23. September 1953. Bundesgesetzblatt 1953, Teil I, S. 1459.
2. Verordnung zum Schutze gegen Schädigung durch Röntgenstrahlen und radioaktive Stoffe in nichtmedizinischen Betrieben (Röntgenverordnung) vom 7. Februar 1941. Reichsgesetzblatt 1941, Teil I, S. 88.

C. Unfallverhütungsvorschriften (UVV).

1. UVV der Berufsgenossenschaft für Gesundheitsdienst und Wohlfahrtspflege.
 - a) Anwendung von Röntgenstrahlen in medizinischen (ärztlichen, zahnärztlichen und tierärztlichen) Betrieben (Oktober 1953).
 - b) Anwendung und Lagerung geschlossener radioaktiver Präparate in medizinischen Betrieben (Entwurf).
 - c) Anwendung und Lagerung offener radioaktiver Stoffe in medizinischen Betrieben (Entwurf).
2. UVV der Berufsgenossenschaft der Feinmechanik und Elektrotechnik (Oktober 1955); Strahlen: Abschn. 22.

D. Normen.

1. DIN 6804 Vorschriften für den Strahlenschutz in medizinischen Radiumbetrieben (in Überarbeitung), noch gültig: DIN Rönt 4/1933.
2. DIN 54113 Technische Röntgeneinrichtungen und -anlagen bis 300 kV. Strahlenschutzregeln für die Herstellung (Ersatz für DIN 6806).

3. DIN 6808 Vorschriften für den Strahlenschutz in nichtmedizinischen Radiumbetrieben (in Überarbeitung), noch gültig: DIN Rönt 8/1937.
4. DIN 6809 Dosimetrie von Röntgen- und Gammastrahlen in der Medizin und Biologie (Entwurf). Veröffentlicht: Fortschr. Röntgenstr. 85 364 (1956).
5. DIN 6811 Medizinische Röntgeneinrichtungen bis 250 kV; Strahlenschutzregeln für die Herstellung. 1954.
6. DIN 6812 Medizinische Röntgenanlagen bis 250 kV; Strahlenschutzregeln für die Errichtung. 1954.
7. DIN 6813 Röntgenschutzkleidung; Regeln für die Herstellung. 1954.
8. DIN 6814 Röntgentechnik; Begriffe (Entwurf) [veröffentlicht: Fortschr. Röntgenstr. 83, 419 (1955)].
9. DIN 6815 Strahlenschutzprüfungen bei Röntgenstrahlern für medizinische Anwendung bis 250 kV; Regeln (in Vorbereitung).
10. DIN 54114 Strahlenschutzprüfungen bei Röntgenstrahlern für nichtmedizinische Anwendung bis 300 kV; Regeln (in Vorbereitung).
11. DIN 6843 Strahlenschutz beim Arbeiten mit radioaktivem Material in offener Form in medizinischen Betrieben, Regeln.

E. Richtlinien.

1. Deutsche Röntgengesellschaft: Richtlinien für die Anwendung offener radioaktiver Präparate (vor allem künstlicher, radioaktiver Isotope) in medizinischen Betrieben. Fortschr. Röntgenstr. 76, 256 (1952).
2. Amerikanische Richtlinien: Handbooks des US Departments of Commerce, National Bureau of Standards, Washington.

2. Liste der amerikanischen Handbooks des National Bureau of Standards

Die Handbooks können käuflich vom Superintendent of Documents, Government Printing Office, Washington 25, D. C., erworben werden.

Nr.	Preis in \$
48 Control and Removal of Radioactive Contamination in Laboratories	0.15
49 Recommendations for Waste Disposal of Phosphorus-32 and Iodine-131 for Medical Users	0.15
50 X-ray Protection Design	0.20
51 Radiological Monitoring Methods and Instruments	0.20
52 Maximum Permissible Amounts of Radioisotopes in the Human Body and Maximum Permissible Concentrations in Air and Water	0.25
53 Recommendations for the Disposal of Carbon-14 Wastes	0.15
54 Protection Against Radiations from Radium, Cobalt-60, and Cesium-137	0.25
55 Protection against Betatron-Synchrotron Radiations up to 100 Million Electron Volts	0.25
56 Safe Handling of Cadavers Containing Radioactive Isotopes	0.15
(Dieses Heft ist durch die Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, übersetzt worden und in beschränktem Umfang durch die Bundesanstalt erhältlich.)	
57 Photographic Dosimetry of X- and Gamma Rays	0.15
58 Radioactive-Waste Disposal in the Ocean	0.20
59 Permissible Dose from External Sources of Ionizing Radiation	0.30
60 X-ray Protection	0.20

3. Inzwischen erschien nach Fertigstellung dieses Berichtes das Preliminary Statement des Nat. Comm. on Radiol. Protection der USA. (Nat. Bur. of Standards, Techn. News Bulletin, Febr. 1957, Bd. 41, Nr. 2.), aus dem die wichtigsten Abschnitte in deutscher Übersetzung wiedergegeben sind. Vgl. JAEGER, R.: Atomkernenergie 2, 223 (1957).

MZD (Maximal zulässige Dosen)-Empfehlungen für Berufliche Bedingungen. (Kontrollierte Plätze)

1. **Akkumulierte Dosis.** Die maximal zulässige akkumulierte Dosis ist in rem in jedem Alter gleich dem fünffachen der Zahl der Lebensjahre oberhalb 18, vorausgesetzt, daß keine jährliche Belastung 15 rem übersteigt, d.h., es ist die akkumulierte MZD = 5 (N-18) rem, wobei N das Alter oberhalb 18 Jahren bedeutet. Dies gilt für alle kritischen Organe außer der Haut, für die der doppelte Wert gilt.

2. **Wöchentliche Dosis.** Die bisherige zulässige Wochendosis für Gesamtkörper-Bestrahlung von 0,3 rem und die Wochendosis von 3 rem für den Fall, daß die Wochendosis überschritten wird, werden angesehen als die wöchentliche MZD mit der oben angegebenen Einschränkung für die akkumulierte Dosis.

3. **Ausnahme-Dosis.** Eine Unfall- oder Ausnahmedosis von 25 rem für den ganzen Körper wird, einmal in der Lebenszeit einer Person verabfolgt, voraussichtlich keinen Einfluß auf den Status des Strahlenschutzes für diese Person haben.

4. **Medizinische Dosis.** Bestrahlungen infolge notwendiger medizinischer oder dentaler Maßnahmen werden voraussichtlich keinen Einfluß auf den Status des Strahlenschutzes für die betreffende Person haben.

MZD-Empfehlungen für die gesamte Bevölkerung

5. Die maximal zulässige Dosis für die Gonaden der Bevölkerung der USA als Ganzes infolge aller Strahlenquellen einschließlich der medizinischen und anderer zivilisatorischer Strahlenquellen und des natürlichen Untergrundes soll pro Million der Bevölkerung den Wert von 14 Millionen rem nicht übersteigen, gerechnet für den Zeitraum von der Konzeption bis zum Alter von 30 Jahren, und $\frac{1}{3}$ dieses Betrages für jede Dekade. Eine Mittelung könnte für solche Bevölkerungsgruppen erfolgen, in denen eine Vermischung erwartet werden kann.

Empfehlungen für intrakorporale Strahler

6. An kontrollierten Plätzen soll die zulässige Dosis für intrakorporale Strahler mit den oben angeführten allgemeinen Grundzügen in Einklang sein. Dort wo das kritische Organ die Gonaden oder der gesamte Körper ist, müssen die maximal zulässigen Konzentrationen der Radionuklide in Luft und Wasser $\frac{1}{3}$ der Werte sein, die bisher für Strahlenbeschäftigte gültig waren. Wo einzelne Organe, nicht aber die Gonaden als kritisches Organ betrachtet werden müssen, bleiben die zur Zeit gültigen maximal zulässigen Konzentrationen erhalten. Für Personen außerhalb der kontrollierten Plätze sollten die maximal zulässigen Konzentrationen $\frac{1}{10}$ der für berufliche Belastung gültigen Werte sein.

Literatur: [1] BINKS, W.: Principles and Standards of Radiation Safety. Medical Sciences, Vol. 1, aus Progress in Nuclear Energy, Ser. VII. London: Pergamon Press 1956. — [2] BRÖNDSTED, HOLGER W.: Das Atomzeitalter und unsere biologische Zukunft. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1956. — [3] CHAMBERLAIN, A. C., J. F. LOUTT, R. P. MARTIN und R. SCOTT RUSSEL: Paper P/393 U.N. International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Genéve 1955. — [4] CIPRIANI, A. J.: A.M.A. Arch. Industr. Health 1955. — [5] DUNSTER, H. J.: *Atomics* 6, 233 (1955). — [6] DUNSTER, H. J., and E. J. BENNELICK: *Atomics* 6, 31 (1955). — [7] ERLER, G., u. H. KRUSE: Deutsches Atomenergie-Recht. Göttingen: Otto Schwartz & Co. 1955. — [8] FAILLA, G.: Amer. J. Roentgenol. 54, 553 (1945). — [9] GILBERT, E. W.: Chem. Engng. Progr. 1, 267 (1954). — [10] GINELL, W. S., J. J. MARTIN and L. P. HATCH: *Nucleonics* 12, 14 (1954). — [11] GLUECKAUF, E.: *Atomics* 6 (9) 270 (1955). — [12] GÖTTE, H.: GWF 97, 42 (1956). — [13] GRAF, H.: DIN-Mitt. 33, 417 (1954). — [14] GRAF, H. u. A. SCHAAL: Erläuterungen zu den Strahlenschutznormen DIN 6811, 6812 und 6813. Stuttgart: Georg Thieme 1955. — [15] GRAHAM, R. H.: *Nucleonics* 13 (10), 42 (1955). — [16] Handbook of Federal Regulations applying to Transportation of Radioactive Materials. July 1955. Atomic Energy Commission, USA. — [17] HASTERLICK, R. J., and L. I. MARINELLI: Paper P/394 U.N. International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Genéve 1955. — [18] HEMPELMANN, L. H., H. LISCO, and J. G. HOFFMAN: Ann. Int. Med. 36, 279 (1952). — [19] HERBST, W.: Z. Aer. u. Kosm.-Forsch. 4, H. 6 (1955). — [20] HINE, G. J., and G. I.

BROWNELL: Radiation Dosimetry. New York: Academic Press 1956. — [21] HOLTHUSEN, H.: Strahlenther. 82, 487 (1950). — [22] HULTQUIST, B.: Kungl. svenska Vetenskapskad. Handl., Fjärde Ser. 6, Nr. 3 (1956). — [23] International Labour Office: The Protection of Workers against Ionizing Radiations. Geneva 1955. — [24] JAEGER, R., u. A. TROST: Fortschr. Röntgenstr. 61, 356 (1940). — [25] JAEGER, R.: Strahlenther. 82, 515 (1950). — [26] JAEGER, R.: In F. KOHLRAUSCH, Praktische Physik, Bd. 2. Stuttgart: Teubner 1956. — [27] JOHNS, H. E.: Radiation Therapy: Depth Dose. Medical Physics 1, S. 781. Chicago: Year Book Publ. 1950. — [28] KINSMAN, S.: Radiological Health Handbook; Radiological Health Training Section. Cincinnati, Ohio: Sanitary Engineering Center 1955. — [29] LANE, J. A.: Nucleonics 13, 6 (1955). — [30] LANGENDORFF, H., G. SPIEGLER u. F. WACHSMANN: Fortschr. Röntgenstr. 77, 143 (1952). — [31] LIBBY, W. F.: Science, Lancaster, Pa. 72, 57 (1955). — [32] LORENZ, W.: Dtsch. med. Wschr. 1956, 1585. — [33] LOSSEN, H.: Die Untersuchung bei Verdacht auf Strahlenschäden vom ärztlichen Standpunkt aus. Bundesarbeitsblatt Nr. 20, 918, 1955. — [34] MAYNEORD, W. V.: Brit. J. Radiol. suppl. 2 (1950). — [35] MAYNEORD, W. V.: Brit. J. Radiol. 4, 6 (1951). — [36] MAYNEORD, W. V.: Brit. J. Radiol. 24, 25 (1951). — [37] MARLEY, W. G., and T. M. FRY: Paper 7/394 U.N. International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Geneva 1955. — [38] MARLEY, W. G.: Brit. J. Radiol. 29, 261 (1956). — [39] MELCHING, H.-J.: TZ 78, 36 (1957). — [40] Medical Research Council: The Hazards to Man of Nuclear and Allied Radiations. Her Majesty's Stationary Office. London 1956. — [41] MÜLLER,

H. J.: Z. Abstammungslehre Suppl. 1, 234 (1928). — Amer. Naturalist 64, 220 (1930). — [42] National Academy of Sciences: The Biological Effects of Atomic Radiation; a) Summary Reports, b) A Report to the Public. Nat. Research Council. Washington 1956. — [43] OSBORN, S. B., and E. E. SMITH: Lancet 1956, 949. — [44] PHILBERT, B.: Atomkernenergie 1, 396 (1956). — [45] RAJEWSKY, B. u. Mitarb.: Strahlendosis und Strahlenwirkung. Stuttgart: Georg Thieme 1956. — [46] RAJEWSKY, B. u. Mitarb.: Wissenschaftliche Grundlagen des Strahlenschutzes. In Bibliotheca Biophysica. Karlsruhe: G. Braun 1957. — [47] Recommendations of the International Commission on Radiological Protection (Rev. Dec. 1., 1954). Brit. J. Radiol. Suppl. No. 6, London 1955. Deutsche Übersetzung: Empfehlungen der Internationalen Kommission für Strahlenschutz. Phys.-Techn. Bundesanstalt 1955. — [48] ROCKWELL III, TH. (Editor): Reactor Shielding Design Manual. New York: McGraw-Hill Book Comp. 1956. — [49] RUNDO, J. W.: J. Sci. Instrum. 33, 379 (1955). — [50] SCHAEFER, H. J.: Strahlenther. 77, 613 (1947). — [51] SCHUBERT, G. W., DITTRICH, H. A., KÜNKEL u. H. J. SCHMERMUND: Strahlenther. 84, 165, 328 (1951). — [52] SKOW, R. K., V. V. VANDIVERT and F. R. HOLDEN: Nucleonics 11, 45 (1953). — [53] SPIES, F. W.: Brit. J. Radiol. 19, 52 (1946). — [54] STEWART, N. G., H. J. GALE and R. M. CROOKS: A.E.R.E. Harwell Report HP/R. 1452, 1954. — [55] ZIMMER, K. G.: Strahlenther. 101, 143 (1956).

Oberregierungsrat Dr. ROBERT G. JAEGER,
Mitglied der International Commission
on Radiological Protection,
Braunschweig, Bundesallee 100

Buchbesprechungen

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE. Bd. 21: Elektronenemission, Gasentladungen. I. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957. 681 S. u. 378 Abb. Geb. DM 132.—.

Dieser Band macht den Leser mit den verschiedenen Emissionsvorgängen an festen Körpern und mit den elementaren Vorgängen der Bewegung, der Anlagerung, der Rekombination und der Ionisation der Träger in Gasentladungen, aus der Feder hervorragender Sachkenner, bekannt.

Im ersten Abschnitt berichtet W. B. NOTTINGHAM über die thermionische Emission, im zweiten berichten R. H. GOOD und E. W. MÜLLER über die Feldemission und im dritten KOLLATH über die Sekundärelektronenemission fester Körper. Im vierten Kapitel beschreibt G. L. WEISSLER die Photoionisation in Gasen und an der Oberfläche fester Körper. Es folgt dann ein Kapitel von W. P. ALLIS über die Bewegung von Ionen und Elektronen und dann eines von L. B. LOEB über die Bildung negativer Ionen, und ein weiteres über die Rekombination von Ionen. Es schließt sich dann ein Kapitel von A. V. ENGELS an, über die Ionisation von Gasen durch Elektronen in elektrischen Feldern und im letzten Abschnitt berichtet P. F. LITTLE über sekundäre Effekte bei der Townsend-Entladung, bei anderen Entladungen und über die direkte Messung der Ionisation.

Der Umfang des Buches verbietet ein genaueres Eingehen auf Einzelheiten. Der Referent hat das Werk schon ausgiebig zum Nachschlagen benützt, und ist eigentlich überall sehr beeindruckt gewesen, von der Exaktheit, der Kürze und der Klarheit der Darstellung, insbesondere der vielen neuen Erkenntnisse, die im letzten Jahrzehnt gewonnen worden sind, z. B. die Gasphotoionisierung und die Feldemission. Aber ich die möglichst exakte Formulierung der „klassischen“ Erkenntnisse ist nicht zu kurz gekommen, und der Beitrag von W. P. ALLIS ist ein schönes Beispiel dafür.

Die Kenntnis dieses Buches ist für jeden Gasentladungsforscher eine selbstverständliche Notwendigkeit. Da gerade die thermionische Emission auch für den Techniker so wichtig ist, wird der Artikel von W. B. NOTTINGHAM auch für Ingenieure ein lohnendes Studium sein. Damit soll aber der Wert, der hier nicht genannten wertvollen Beiträge nicht geringer eingeschätzt werden. Das Ganze ist ein höchst gelungener Versuch der Darstellung dieses Gebietes und der verdient sich würdig ein neben seinem Vorgänger.

W. O. SCHUMANN

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE. Bd. 24: Grundlagen der Optik. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. VIII, 656 S. u. 761 Figuren. Gzl. DM 132.—.

Der glänzend ausgestattete Band enthält: Lichtgeschwindigkeit (BERGSTRAND), allgemeine geometrische Optik (MARÉCHAL), Interferenz, Beugung und Polarisation (FRANÇON), Optik dünner Schichten (WOLTER) und Schlieren-, Phasenkontrast- und Lichtschnittverfahren (WOLTER).

Bei der c-Messung sind besonders auch die neuen elektrischen Methoden berücksichtigt. Die Diskussion der Versuche von MILLER durch KÜRTI, die den Nachweis einer Temperaturstörung bringen, lag dem Verfasser offenbar noch nicht vor. Es ist vielleicht mehr als ein Zufall, daß die geometrische Optik von einem Franzosen bearbeitet ist, denn hier zeigt sich wieder die unvergleichlich klare Darstellung französischer Lehrbücher. Obwohl das Niveau sehr hoch gestellt ist, tritt überall der geometrisch-physikalische Sinn der Formeln, meist an Beispielen erläutert, klar hervor. Besonders wertvoll erscheint dem Bericht der Abschnitt über die Kontrastveränderung durch die Bildfehler. Leider fehlt hier ein Abschnitt über die photometrische Seite der optischen Abbildung, die wahrscheinlich einem anderen Band vorbehalten ist. Von ebensolcher Klarheit ist der ebenfalls französische wellenoptische Beitrag. Kaum je sind die verschiedenen Arten von Interferenzen, die Lage der Streifen, der Einfluß der Ausdehnung der Lichtquellen so umfassend und systematisch behandelt worden. Bei der Beugungstheorie wird von dem Huyghens-Fresnelschen Prinzip ausgegangen. Ein Hinweis (mehr aber nicht!) auf den Näherungscharakter und die strenge Formulierung als Randwertproblem hätte nicht geschadet. Bei der Polarisation vermißt man die nichtklassische, aber heute fast ausschließlich verwandte Polarisation durch dichroitische Folien, die vielleicht noch an anderer Stelle kommt. Ganz ausgezeichnet ist auch die umfassende Darstellung der Optik dünner Schichten und die durch besonders schöne Farbaufnahmen illustrierte Beschreibung der Phasenkontrast- und Schlierenverfahren durch WOLTER.

Man kann den Herausgeber, der es verstand, die besten Sachkenner für jedes Gebiet zu gewinnen, und den Verlag gleichermaßen zum Erscheinen dieses herrlichen Bandes beglückwünschen.

G. Joos

Meinke, H., und F. W. Gundlach: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. XXVIII, 1408 S. u. 1856 Abb. DM 69.—.

Das Taschenbuch trägt einem Bedürfnis Rechnung für alle, die auf dem Gebiet der Hochfrequenztechnik arbeiten oder diese Technik als Hilfsmittel für die Forschung verwenden. Ein solches umfassendes Nachschlagewerk fehlte bisher in der deutschen Literatur. Durch die weitgehende Unterteilung des umfangreichen Stoffes, durch das Inhalts- und Stichwortverzeichnis ist es leicht möglich, sich schnell über Einzelfragen zu orientieren. Das Literaturverzeichnis jeweils am Ende der Hauptabschnitte ermöglicht weitere Orientierung. Es ist ein Vorteil des Werkes, daß auf Randgebiete wie z. B. Anwendungen in der Medizin, Fernsichttechnik usw. zugunsten grundlegender Erkenntnisse verzichtet wurde. An der Darstellung des Stoffes sind 37 Fachleute beteiligt, dadurch ist der neueste Stand der Entwicklung erfaßt, ohne daß jedoch deswegen eine einheitliche Behandlung gelitten hätte.

Vielleicht wäre es zweckmäßig, die ausführlichen Röhrentabellen, die ja überall gut zugänglich sind und rasch verwerten, heraus zu lassen und dafür an manchen anderen Stellen den Text etwas zu erweitern, wie z. B. für Richtkoppler im Zentimetergebiet und der Anwendung des Kathodenverstärkers. Der Benutzer kann natürlich nicht erwarten, auf jede Frage Antwort zu erhalten. Er wird aber auf jeden Fall das Buch als wichtige Arbeitshilfe erkennen. E. LUTZE

Laurent, T.: Vierpoltheorie und Frequenztransformation. Mathematische Hilfsmittel für systematische Berechnungen und theoretische Untersuchungen elektrischer Übertragungskreise. (Aus dem Schwedischen übersetzt von N. v. KORSHEWESKY.) Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. XII, 299 S. u. 176 Abb. GzL DM 34.50.

Mit dem vorliegenden Buch will der Verfasser sowohl den Studierenden als auch den Praktiker ansprechen.

In knapper aber lückenloser Darstellung werden im 1. Abschnitt die Begriffe der komplexen Wechselstromrechnung entwickelt. Es folgt im 2. Abschnitt eine Einführung in die formale Vierpoltheorie. Hier werden auch die später immer wiederkehrenden Fachausdrücke festgelegt, wobei der Verfasser verschiedentlich von der hier üblichen Nomenklatur etwas abweicht. Mit dem 3. Abschnitt über Frequenztransformationen wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe man auch komplizierte Netzwerke gut übersehen und berechnen kann. Der Verfasser zeigt hier von verschiedenen Möglichkeiten, die heute für eine Netzwerksynthese bekannt sind, eine von ihm eingeführte Methode auf. Der 4. Abschnitt bringt Berechnungsbeispiele von Filterschaltungen und methodische Hinweise.

Den besonderen Vierpoleigenschaften der Leitungen und deren Nachbildungen einerseits, sowie denen der Verstärker andererseits sind weitere Abschnitte gewidmet. Den Abschluß bilden die vierpoltheoretische Behandlung der elektromagnetischen Strahlung und ein umfangreicher Literaturnachweis mit Bezug auf die einzelnen Abschnitte.

Kurze, anschauliche Erläuterungen der verwendeten Begriffe und Methoden kennzeichnen dieses Buch. W. OEHL.

Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation. Mit einem Tabellenanhang von RUDOLF HERSCHEL. München: Oldenbourg 1956. 198 S. u. 12 Abb. Hln. DM 22.—.

Wissenschaftlich arbeitende Techniker haben im allgemeinen den begrifflichen Wunsch, mathematische Werkzeuge zum unmittelbaren Gebrauch fertig in Form von „Kochrezepten“ zur Verfügung zu haben. Heavisides Arbeiten hatten fälschlicherweise die Hoffnung erweckt, für eine Reihe schwieriger Probleme solche Rezepte zu geben. Leider stellten

sich dann beim ungeschickten Gebrauch erhebliche Fehler ein und nun wurde durch das Studium der Laplace-Transformation von seiten berufener Mathematiker das, was man „Heavisidesche Operatorenrechnung“ nannte, auf eine exakte Basis gestellt. International führend auf diesem Gebiete ist der Freiburger Mathematiker G. DOETSCH. Nun stellte sich aber heraus, daß die Handhabung der Laplace-Transformation in exakter Form erhebliche mathematische Anstrengungen erfordert, daß also die Hoffnung auf einfache Rezepte zunächst enttäuscht schien. Nun hat aber DOETSCH ein Werk geliefert, das dem betreffenden Personenkreis die einfache Handhabung der fraglichen Methoden ermöglicht: er hat die vorliegende „Anleitung zum praktischen Gebrauch“ in Form handlicher Regeln dargestellt, die den Praktiker der Mühe überheben, etwa sein dreibändiges Handbuch gründlich zu studieren. An den Stellen, wo sich durch das formale Operieren Fehler einschleichen können, hat er im Druck ein Zeichen eingefügt, das dem üblichen Gefahren-Verkehrszeichen entspricht. Nun kann ein Praktiker ruhig drauflosrechnen: wenn sich ein Fehler einschleichen sollte, weiß er dann gleich, wo dessen Wurzel zu suchen ist.

Das Buch behandelt eine Unzahl wichtiger Probleme. Nach einer allgemeinen Einleitung über die Grundlagen finden wir Kapitel über gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, Differenzgleichungen, Integralgleichungen, asymptotische Fragen und Stabilitätsaufgaben. Ein Tabellenanhang der direkten Lösungen bei vorliegenden Problemen gibt, ist von R. HERSCHEL beigelegt.

Die Darstellung ist hervorragend klar und eindringlich, die Ausstattung des Buches vorzüglich. Das Buch kann jedem Interessenten wärmstens empfohlen werden. G. ECKART

Proceedings of the International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy (Genf 1955), Vol. 8: Production Technology of the Materials Used for Nuclear Energy. New York: United Nations 1956. 627 S., Geb. \$ 10,00.

Der Band enthält 94 Beiträge zur Chemie und chemischen Technologie von Uran, Thorium, Beryllium, Zirkonium, Graphit, schwerem Wasser, sowie auch Bor 10 und Borazol. Etwa ein Viertel des Bandes ist der Gewinnung von Uran (und geringerem Umfang des Thoriums) aus verschiedenen Erzeugnissen gewidmet, sowie den dazugehörigen analytischen Verfahren. Im Mittelpunkt des Interesses stehen die armen Erze (mit etwa 1% U-Gehalt und weniger), die bekanntlich die Hauptquelle für die Versorgung mit Uran darstellen. — Verhältnismäßig kurz werden die metallurgischen Verfahren zur U- und Th-Metallherstellung behandelt (46 S.), am ausführlichsten die Reduktion von UF_4 mit Mg. — Etwa ein Viertel der Beiträge beschäftigt sich mit analytischen Fragen, und zwar U-Nachweis und -Bestimmung, Bestimmung von schädlichen Beimengungen in den für Reaktorbau wichtigen Materialien, Bestimmungen usw., wobei im Vordergrund des Interesses physikalisch-chemische Schnellverfahren stehen. — Die schwere Wasser wird in 10 Beiträgen behandelt, die sich sowohl mit der Technologie der Anreicherung wie auch mit der Analyse des D_2O -Gehalts (auch UR-Methoden) beschäftigen. Sechs zum Teil recht ausführliche Berichte befassen sich mit der Produktion und Prüfung von Graphit. Darunter befindet sich der einzige in Genf gelieferte deutsche Beitrag (K. WIRTZ). Sehr ausführlich ist ein Bericht über Produktion von metallischem Zirkonium (SHELTON et al., USA). Daneben finden sich mehrere Beiträge über die sehr wichtige Frage der Abtrennung des Hafniums von Zirkonium. — Weitere Beiträge befassen sich mit der Metallurgie des Berylliums sowie der Herstellung und Sinterung von BeO . — Je ein Beitrag ist dem Bor 10 und der Präparation von Borazol gewidmet. — Trotz der enormen Reichhaltigkeit und Nützlichkeit des gebotenen Materials merkt der Eingeweihte bei manchen (aber keineswegs bei allen) Beiträgen noch eine gewisse Zurückhaltung in der Darstellung fabrikatorisch wichtiger Einzelheiten. N. RIEHL